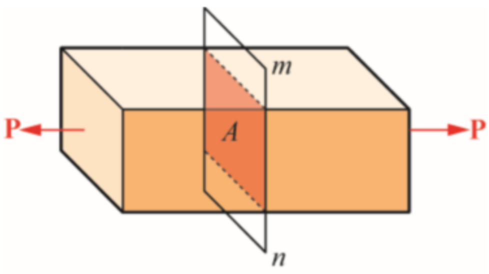
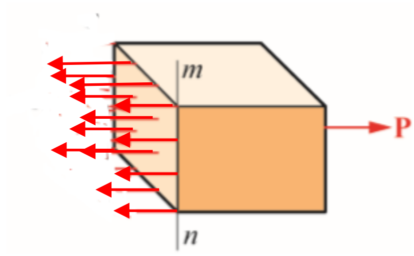
一、應力、應變

研究物體受**外力作用**後，其內力之分佈(**應力**)及形狀之變化(**應變**)。亦即研究材料之強度是否可以承受外力之荷重，以及瞭解該材料之剛性是否可以避免變形。

重點一 (一) 應力：單位面積所受的正向力，分為**拉應力**、**壓應力**，以 σ 表示。

1.公式：$\boldsymbol{\sigma}=\frac{P}{A}$



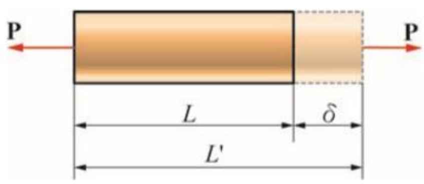


2. 單位：kgf/cm^2，$Pa=N/m^2$，$psi=lb/in^2$

※$1\ N/cm^2=10^4\ N/m^2=10^4\ Pa$　　　$1\ MPa=10^6\ Pa$

重點二 (二) 應變：每單位長度的變形量，分為**拉應變**、**壓應變**，以 ε 表示。

1.公式：$\boldsymbol{\varepsilon}=\frac{L'-L}{L}=\frac{\delta}{L}$



2. 單位：**無因次單位**

例 1. 若一圓形拉桿需承受一 3140kgf 之拉力，如所用拉桿材料應力不得超過 $1000kgf/cm^2$，試求此拉桿之最小半徑為：

(A)1cm　(B)2cm　(C)3cm　(D)4cm。

[解]：$1000=\frac{3140}{\pi\times r^2}$

$r=1cm$

例 2. 有一電線長 5m，其應變為 0.0002，試問此電線之總應變量為若干？

(A)0.1mm　(B)1mm　(C)1cm　(D)10cm。

[解]：$0.0002=\frac{\delta}{5000}$

$\delta=1mm$

二、應力應變圖

重點三 (一) 虎克定律：材料於彈性限度內，應力與應變成正比。

1. 公式：σ＝ E × ε
2. 彈性係數(楊氏模數)：

   $E=\frac{\sigma}{\varepsilon}$，E 在應力應變圖中表示其**斜率**，在比例限度內為一常數。

   單位：**與應力 σ 相同**

3. 伸長量：$\delta=\frac{PL}{EA}$
4. 構件分成數段，由不同軸向力 Pi、不同長度 Li、不同斷面積 Ai 及不同材質 Ei 之總應變量 $\delta=\sum\frac{P_iL_i}{E_iA_i}$ 。

例 9-4. 有一方形鋼棒，其斷面為 10×10cm，長度 8m，今受軸向壓力 10 tf，其彈性係數 $E=2.0\times10^6$ kgf/cm²，試求此鋼棒之伸長量 δ、應力σ、應變 ε 各為若干？（提示：1 tf＝1000kgf 即 1 噸力＝1000 公斤力）

[解]：

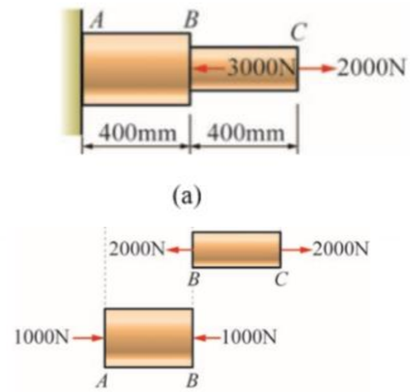
A=10×10=100cm^2　ℓ=800cm　P=1× 10^4kgf　E=2.0× $10^6kgf/cm^2$

$$\delta=\frac{P\times l}{E\times A}=\frac{-10^4\times8\times10^2}{2\times10^6\times10^2}=-4\times10^{-2}=-0.04cm$$

$$\sigma=\frac{P}{A}=\frac{-10^4}{10^2}=-10^2=-100kgf/cm^2$$

$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E}=\frac{-10^2}{2\times10^6}=-5\times10^{-5}=-0.00005$$

例 9-5. 如圖 9-6(a)所示，一鋼桿左端為固定端，若 AB 段的斷面積為 400mm²，BC 段的斷面積為 200mm²，若其彈性係數 E = 200GPa，則總變形量 δ 應為若干？



[解]：

$$\because\quad \delta=\delta_{AB}+\delta_{BC}=\frac{\mathbf{P}_{AB}L_{AB}}{A_{AB}E}+\frac{\mathbf{P}_{CD}L_{CD}}{A_{CD}E}$$

$$\therefore\quad \delta=\frac{-1000\times400}{400\times200\times10^3}+\frac{2000\times400}{200\times200\times10^3}$$

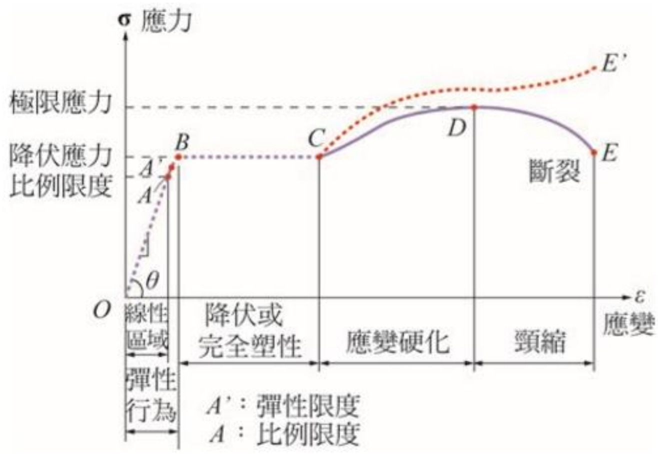
$$=-0.005+0.02$$

$$=0.015\text{mm}$$

※1Gpa=$10^9\ N/m^2=10^9\times10^{-6}\ N/mm^2=10^3N/mm^2$

(二) 應力應變圖：

1. 延性材料：軟鋼、鋁、銅、鎂等



(1) 線性區域 OA：**A 點為比例限度**，為應力與應變成正比之最大界限。

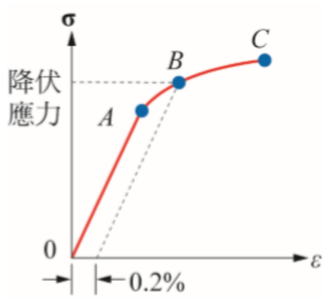
(2) 彈性區域 OA'：**A'點為彈性限度**，為外力移去後，材料能恢復原狀的最大界限。

(3) 完全塑性 BC：受外力變形無法恢復原狀。**B 點為降伏點**，即應力沒有明顯增加，但應變卻劇烈變化，稱為降伏現象。一般以 σ_y **(降伏應力)** 表示，**延性材料**設計以此應力除以**安全係數**作為容許應力。

(4) 應變硬化 CD：使材料承受應力之能力增加。**D 點**為材料所能承受之最大應力，稱為**極限應力**，一般以 σ_u 表示。**脆性材料**設計以此應力除以**安全係數**作為容許應力。

(5) 頸縮 DE：材料超過極限應力後，應力減少，應變急速增加，產生頸縮現象而斷裂。**E 點為斷裂點**。

2. 脆性材料：混凝土、鑄鐵、玻璃等



(1) 材料在極限應力產生斷裂無頸縮現象。

(2) 比例限度 OA

(3) 沒有明顯降伏點，平行偏移 **0.2%** 交曲線於 B 點為**降伏點**

(三) 安全係數及工作應力

一般材料在設計時，為使各構件安全，使用之應力通常低於降伏或極限應力甚多，考慮在彈性限度內，防止永久變形產生。設計時所使用之應力，稱為容許應力或工作

應力，一般以 σ_w 表示。

重點五

(1) 延性材料之安全係數：$n=\frac{\sigma_y}{\sigma_w}$

(2) 脆性材料之安全係數：$n=\frac{\sigma_u}{\sigma_w}$

例 9-6. 有一直徑為 15cm 之混凝土圓柱，極限應力為 125MPa，今以此材料承受壓力作用，設其容許應力為 25MPa，試求此材料之安全係數。

[解]：

$$n=\frac{125}{25}=5$$

例 9-7. 有一鋼桿承受 12560N 之荷重，若其降伏應力為 30MPa，安全係數為 3，試求 ⑴鋼桿容許應力；⑵鋼桿之最小直徑 各為若干？

[解]：

$$\sigma_w=\frac{30}{3}=10MPa$$

$$\sigma_w=\frac{P}{A}=\frac{12560}{3.14\times D^2/4}=10^4N/m^2 \quad D=20mm$$

(四) 蒲松比

重點六

材料受**軸向力**產生伸長，而同時材料**橫切方向**產生收縮，而收縮應變ε_t與伸長應變ε_l之**絕對比值**稱為**蒲松比（ν）**，亦是橫向應變與軸向應變之絕對比值。

(1) 公式：$\nu=\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_l}=\frac{\frac{b}{D}}{\frac{\delta}{L}}=\frac{bL}{D\delta}$

(2) 一般材料之蒲松比不得超過 0.5，而金屬材料之蒲松比為 0.25～0.35。

(3) 蒲松數$m=\frac{1}{蒲松比}$

例 9-8. 一鋼桿長 1.5m，斷面的直徑為 2cm，受軸拉力作用而伸長 0.12cm，側向收縮為 0.00048cm，試求蒲松比 ν。

[解]：

$$\varepsilon_l=\frac{0.12}{150}=0.0008 \quad \varepsilon_t=\frac{0.00048}{2}=0.00024$$

$$\nu=\frac{0.00024}{0.0008}=0.3$$

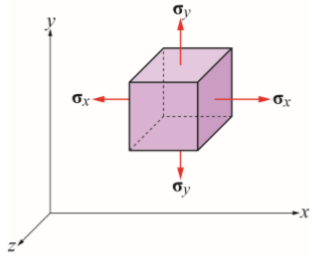
例 9-9. 一鋼桿長 100cm，其斷面為 2cm×2cm，受 60tf之軸拉力，已知彈性係數 $E=2.0\times10^6$ kgf/cm²，蒲松比 $\nu=0.3$，試求：
⑴總伸長量 δ；⑵側向收縮量 b。

[解]：L=100cm　A=$4cm^2$　P=60×10^3kgf　E=$2\times10^6kgf/cm^2$　$\nu=0.3$

$$(1)\ \delta=\frac{PL}{AE}=\frac{(60\times10^3)\times100}{(2\times2)(2.0\times10^6)}=0.75\text{cm}$$

$$(2)\ \nu=\frac{bL}{D\delta}\quad\Rightarrow\quad0.3=\frac{b\times100}{2\times0.75}\quad\Rightarrow\quad b=0.0045\text{cm}$$

三、多向應力之應變相互影響



(a)雙軸向應力

(一) 雙軸向應力之三軸向應變

1. x 應力之 x 應變：

$$\varepsilon_x=\frac{\sigma_x}{E}$$

2. x 應力之 y 應變：

$$\varepsilon_y=-\mu\varepsilon_x=-\mu\times\frac{\sigma_x}{E}$$

※1. 2. 單軸向應力之雙軸向應變

3. x,y 應力之 **x** 應變、**y** 應變

$$\varepsilon_x=\frac{\sigma_x}{E}-\mu\frac{\sigma_y}{E}\qquad\varepsilon_y=\frac{\sigma_y}{E}-\mu\frac{\sigma_x}{E}$$

4. x,y 應力之 **z** 應變：

$$\varepsilon_z=-\mu\frac{\sigma_x}{E}-\mu\frac{\sigma_y}{E}$$

表 9-1　雙軸向應力之應變分析表

重點七

σ ＼ ε	x 軸之應變	y 軸之應變	z 軸之應變
僅承受 σ_x 作用	$\varepsilon_x=\frac{\sigma_x}{E}$	$\varepsilon_y=-\nu\varepsilon_x=-\nu\frac{\sigma_x}{E}$	$\varepsilon_z=-\nu\varepsilon_x=-\nu\frac{\sigma_x}{E}$
僅承受 σ_y 作用	$\varepsilon_x=-\nu\varepsilon_y=-\nu\frac{\sigma_y}{E}$	$\varepsilon_y=\frac{\sigma_y}{E}$	$\varepsilon_z=-\nu\varepsilon_y=-\nu\frac{\sigma_y}{E}$
同時承受 σ_x 及 σ_y 作用	$\varepsilon_x=\frac{\sigma_x}{E}-\nu\frac{\sigma_y}{E}$	$\varepsilon_y=\frac{\sigma_y}{E}-\nu\frac{\sigma_x}{E}$	$\varepsilon_z=-\nu\frac{\sigma_x}{E}-\nu\frac{\sigma_y}{E}$

(二) 三軸向應力之三軸向應變

表 9-2　三軸向應力之應變分析

σ ＼ ε	x 軸之應變	y 軸之應變	z 軸之應變
僅承受 σ_x 作用	$\varepsilon_x=\frac{\sigma_x}{E}$	$\varepsilon_y=-\nu\varepsilon_x=-\nu\frac{\sigma_x}{E}$	$\varepsilon_z=-\nu\varepsilon_x=-\nu\frac{\sigma_x}{E}$
僅承受 σ_y 作用	$\varepsilon_x=-\nu\varepsilon_y=-\nu\frac{\sigma_y}{E}$	$\varepsilon_y=\frac{\sigma_y}{E}$	$\varepsilon_z=-\nu\varepsilon_y=-\nu\frac{\sigma_y}{E}$
僅承受 σ_z 作用	$\varepsilon_x=-\nu\varepsilon_z=-\nu\frac{\sigma_z}{E}$	$\varepsilon_y=-\nu\varepsilon_z=-\nu\frac{\sigma_z}{E}$	$\varepsilon_z=\frac{\sigma_z}{E}$
同時受 σ_x、σ_y 及 σ_z 作用	$\varepsilon_x=\frac{\sigma_x}{E}-\nu\frac{\sigma_y}{E}-\nu\frac{\sigma_z}{E}$	$\varepsilon_y=\frac{\sigma_y}{E}-\nu\frac{\sigma_x}{E}-\nu\frac{\sigma_z}{E}$	$\varepsilon_z=\frac{\sigma_z}{E}-\nu\frac{\sigma_x}{E}-\nu\frac{\sigma_y}{E}$

※若 $\sigma_x=\sigma_y=\sigma_z=\sigma$　則 $\varepsilon_x=\varepsilon_y=\varepsilon_z=\frac{\sigma}{E}(1-2\mu)$

例 9-10. 一材料受雙軸向拉應力作用，若 $\sigma_y=400\text{MPa}$，$\sigma_z=200\text{MPa}$，而材料彈性係數 $E=200\text{GPa}$，蒲松比 = 0.2，求各軸向之應變 ε_x、ε_y 及 ε_z 應為若干？

[解]：

$$\varepsilon_x=\frac{\sigma_x}{E}-\nu\left(\frac{\sigma_y+\sigma_z}{E}\right)=\frac{[0-0.2(400+200)]\times 10^6}{200\times 10^9}=-0.0006$$

$$\varepsilon_y=\frac{\sigma_y}{E}-\nu\left(\frac{\sigma_x+\sigma_z}{E}\right)=\frac{[400-0.2(0+200)]\times 10^6}{200\times 10^9}=0.0018$$

$$\varepsilon_z=\frac{\sigma_z}{E}-\nu\left(\frac{\sigma_x+\sigma_y}{E}\right)=\frac{[200-0.2(0+400)]\times 10^6}{200\times 10^9}=0.0006$$

例 9-11. 如圖 9-11 所示，一桿長 50cm，寬 4cm，高 2cm，沿 x 軸受軸拉力 24000kgf，沿 z 軸受軸壓力 80000kgf，其中材料之 $E=2.0\times10^6\text{kgf/cm}^2$，蒲松比為 0.3，試計算各軸之應變 ε_x、ε_y 及 ε_z 各為若干？

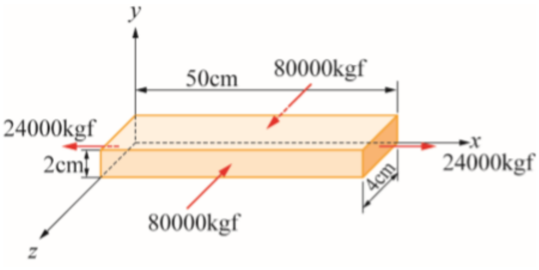


圖 9-11

[解]：

(1) $\sigma_x=\dfrac{P}{A}=\dfrac{24000}{(4\times2)}=3000\text{kgf/cm}^2$；$\sigma_y=0$；

$$\sigma_z=\frac{P}{A}=\frac{-80000}{(2\times 50)}=-800\text{kgf/cm}^2$$

(2) $\varepsilon_x=\dfrac{\sigma_x}{E}-\nu\left(\dfrac{\sigma_y+\sigma_z}{E}\right)=\dfrac{3000-0.3(-800)}{2.0\times10^6}=0.00162$

$$\varepsilon_y=\frac{\sigma_y}{E}-\nu\left(\frac{\sigma_x+\sigma_z}{E}\right)=\frac{0-0.3(3000-800)}{2.0\times10^6}=-0.00033$$

$$\varepsilon_z=\frac{\sigma_z}{E}-\nu\left(\frac{\sigma_x+\sigma_y}{E}\right)=\frac{-800-0.3(3000)}{2.0\times10^6}=-0.00085$$

四、體積應變

(一) 體積應變

重點八

1.定義：受荷重作用後的體積變化量 ΔV 與未受荷重前體積 V 之比值

2.公式：$\varepsilon_V=\dfrac{\Delta V}{V}=\dfrac{V'-V}{V}$

其中受荷重後的體積 $V'=(1+\varepsilon_x)(1+\varepsilon_y)(1+\varepsilon_z)\times V$

$$\varepsilon_V=\frac{V'-V}{V}\approx\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z$$

三軸向應力作用時，體積應變 $\varepsilon_V=\dfrac{1-2\mu}{E}(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)$

若 $\sigma_x=\sigma_y=\sigma_z=\sigma$ 時，$\varepsilon_V=\dfrac{1-2\mu}{E}(3\sigma)$

(二) 體積彈性係數

1.定義：假設材料各軸向承受均勻分佈之荷重時，當應力在彈性限度範圍內，則應力

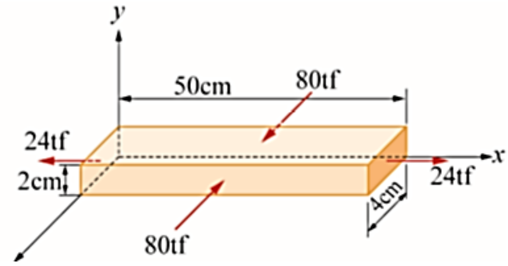
與體積應變之比值將滿足虎克定律成為一定值，此定值稱為體積彈性係數

重點九

2.公式：$E_V=\frac{\sigma}{\varepsilon_V}=\frac{\sigma}{\frac{1-2\mu}{E}(3\sigma)}=\frac{E}{3(1-2\mu)}$

3.當$\mu=0.5$時，E_V無限大，表示物體為剛體不變形，故 μ 應介於 0~0.5 間才合理

例 9-12. 圖 9-12 所示，一桿長 50 cm，寬 4cm，高 2cm，P_x= 24tf，P_z= 80tf，其中材料之 $E=2.0\times10^6$ kgf/cm²，若蒲松比 ν= 0.3，試計算其體積應變 ε_V 及體積變化量 ΔV 應為若干？



[解]：

$\because\ \sigma_x=\frac{P}{A}=\frac{24000}{(4\times2)}=3000\text{kgf/cm}^2$；

$\sigma_y=0$；

$\sigma_z=\frac{P}{A}=\frac{-80000}{(2\times50)}=-800\text{kgf/cm}^2$

(1) $\varepsilon_V=\frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)=\frac{1-2\times0.3}{2.0\times10^6}(3000-800)=0.00044$

(2) $\because\ \varepsilon_V=\frac{\Delta V}{V}$ $\quad\therefore\ \Delta V=\varepsilon_V\times V=0.00044(2\times4\times50)=0.176\text{cm}^3$

例 9-13. 一邊長為 10cm 之正立方體鋼塊，彈性係數 $E=2.0\times10^6$ kgf/cm²，置於水下 100m 處，若 ν= 0.25，試求此鋼塊體積變化量應為若干？

[解]：

$\because\ \sigma=\gamma\times h$

$=1000\text{kgf/m}^3\times100\text{m}=10^5\text{kgf/m}^2=10\text{kgf/cm}^2$

又 $\varepsilon_V=\frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z)$

$=\frac{1-2\times0.25}{2.0\times10^6}(3\times10)=7.5\times10^{-6}$

$\therefore\ \Delta V=\varepsilon_V\times V$

$=7.5\times10^{-6}\times10^3\text{cm}^3=7.5\times10^{-3}\text{cm}^3$

五、結構靜不定問題

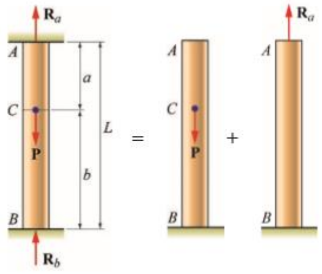
靜定結構：當結構之**支承反力個數**恰可以此靜力平衡方程式求解，此結構謂之靜定結構。
靜不定結構：當結構**支承反力個數**超過此靜力**平衡方程式**，此結構謂之靜不定結構。

※解法：平衡方程式+材料變形關係

重點十

(一)型式一：固定桿受力後變形不變情形

如圖 9-13(a)所示，A、B 兩端固定，C 點有一 P 力作用，試求反力 Ra 及 Rb 。



(a) (b)

解：1. 靜力平衡方程式屬於共線力系 $\sum F_y = 0$

$P=Ra+Rb$

2. 軸向力對 B 點造成變形量

P 力產生縮短變形量 $\delta_P = -\frac{P\times b}{E\times A}$

Ra 力產生伸長變形量 $\delta_{Ra} = \frac{Ra\times L}{E\times A}$

受力後固定桿未變形下

$\delta_P + \delta_{Ra} = 0$ ，$\frac{Ra\times L}{E\times A} - \frac{P\times b}{E\times A} = 0$ Ra=$\frac{b}{L}\times P$ 代入 1. Rb=$\frac{a}{L}\times P$

例 1. 如圖 9-16 所示，一鋼桿兩端固定，距 A 端 20cm 處受一 30tf 之軸力，則 B 點之反力為： (A)7.5tf (B)15tf (C)22.5tf (D)30tf 。

2. 同上題，則 A 點之反力為： (A)7.5tf (B)15tf (C)22.5tf (D)30tf 。

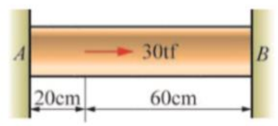
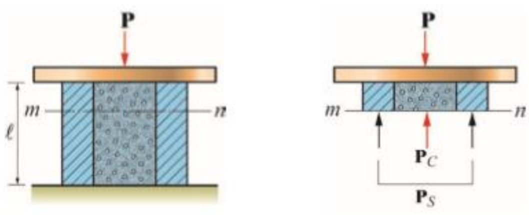


圖 9-16

解：Ra=$\frac{P\times b}{L} = \frac{30\times 60}{80} = 22.5tf$ Rb=$\frac{P\times a}{L} = \frac{30\times 20}{80} = 7.5tf$

(二)型式二：合成桿受力後變形一致情形

重點十一 如圖 9-14(a)所示，一混凝土圓柱緊套於空心鋼柱之中，已知鋼材之彈性係數為 E_S，混凝土之彈性係數為 E_C，鋼材之斷面積為 A_S，混凝土之斷面積為 A_C，試求兩種材料之壓縮應力 σ_C 與 σ_S



(a) (b)

解：1. 靜力平衡方程式屬於共平面平行力系 $\sum F_y = 0$

$P=P_S+P_C=\sigma_S\times A_S + \sigma_C\times A_C$ (1)

2. 軸向力造成鋼材與混凝土變形量一致

$\delta_S = \delta_C$ $\varepsilon = \frac{\delta}{l}$ ∴ $\varepsilon_S = \varepsilon_C$ 又 $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$ ∴ $\frac{\sigma_S}{E_S} = \frac{\sigma_C}{E_C}$

$\frac{\sigma_S}{\sigma_C} = \frac{E_S}{E_C} = K$ (2)

3. 將(1)兩邊同除以σ_C　$\frac{P}{\sigma_C} = \frac{\sigma_S}{\sigma_C} \times A_S + A_C$　　　$\frac{P}{\sigma_C} = K \times A_S + A_C$

$\sigma_C = \frac{P}{K \times A_S + A_C}$　代(2)　$\sigma_S = \frac{P \times K}{K \times A_S + A_C}$

例 3. 如圖 9-17 所示，一長 30cm 之空心鋼柱內填混凝土，鋼柱之外徑為 20cm，內徑為 10cm，上面護以鋼板，鋼板之重量忽略不計，其上受荷重 **P** 為 20tf，若鋼之楊氏係數為 2.1×10^6 kgf/cm²，混凝土之楊氏係數為 0.21×10^6 kgf/cm²，則混凝土柱承受之荷重為若干？

(A)19355kgf　(B)18360kgf
(C)645kgf　(D)1640kgf。

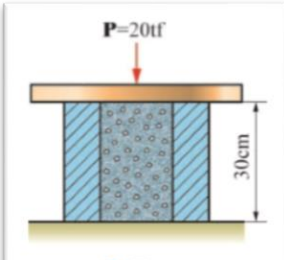


圖 9-17

4. 如圖 9-17 所示，同上題條件，則鋼柱承受之應力為若干？

(A)2.74kgf/cm²　(B)82.19kgf/cm²
(C)8.22kgf/cm²　(D)246.56kgf/cm²。

解：$K = \frac{2.1 \times 10^6}{0.21 \times 10^6} = 10$　$A_c = \frac{\pi \times 10^2}{4} = 78.5cm^3$　$A_s = \frac{\pi \times (20^2 - 10^2)}{4} = 235.5cm^3$

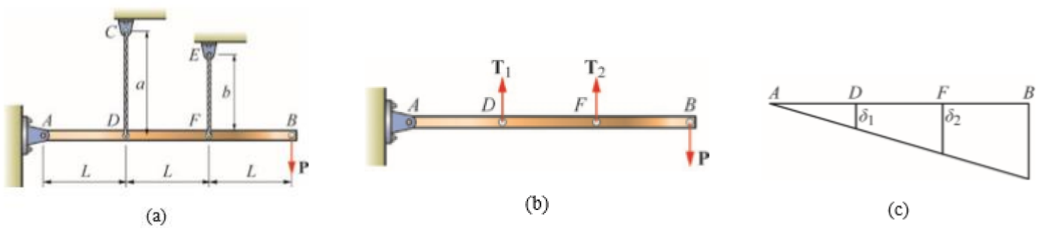
$$\sigma_S = \frac{P \times K}{K \times A_S + A_C} = \frac{20 \times 10^3 \times 10}{10 \times 235.5 + 78.5} = 82.19kgf/cm^2$$

$P = P_S + P_C = \sigma_S \times A_S + P_C$　$P_C = P - \sigma_S \times A_S = 20 \times 10^3 - 82.19 \times 235.5 = 645$kgf

重點十二

(三)型式三：變形量成比例情形

如圖 9-15(a)所示，剛性水平桿 AB，以兩條繩索 CD、EF 固定，CD 為鋁質（彈性係數為 E_1，斷面積為 A_1，長度為 a），EF 為鎂質（彈性係數為 E_2，斷面積為 A_2，長度為 b），自由端受一 P 力作用，試求繩索拉力 T_1 及 T_2



解：1. 共平面平行力系可利用平衡方程式　$\sum F_y = 0$，$\sum M = 0$

$\sum M = 0$　$T_1 \times L + T_2 \times 2L = P \times 3L$

$T_1 + 2T_2 = 3P$　(1)

2. 一端固定，另一端施 P 力下，伸長量與固定端之距離成正比例

$\frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{2L}{L} = 2$　　$\delta_2 = 2\delta_1$　　$\delta = \frac{P \times l}{E \times A}$

$$\frac{T_2 \times b}{E_2 \times A_2} = 2 \times \frac{T_1 \times a}{E_1 \times A_1}$$

令　$f_1 = \frac{a}{E_1 \times A_1}$，$f_2 = \frac{b}{E_2 \times A_2}$　　$T_2 \times f_2 = T_1 \times f_1$　代入(1)

3. $\mathbf{T}_1=\dfrac{3f_2}{4f_1+f_2}(\mathbf{P})$

$\mathbf{T}_2=\dfrac{6f_1}{4f_1+f_2}(\mathbf{P})$

例 8.如圖 9-27 所示，有一剛性桿桿長 100cm，由兩條相同粗細與材質的鋼線所支撐，並於自由端受荷重 5kN，若鋼線的彈性係數$E=20$MPa，若桿重可忽略不計，試求此兩鋼線所受之拉力 $\mathbf{T}_a$、$\mathbf{T}_b$ 各為何？

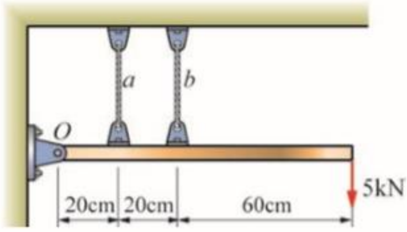


圖 9-27

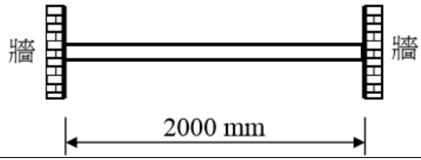
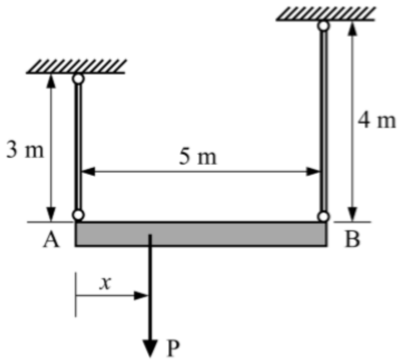
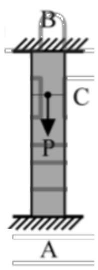
解：

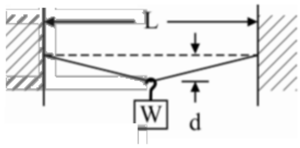
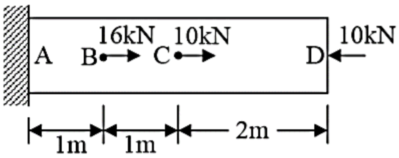
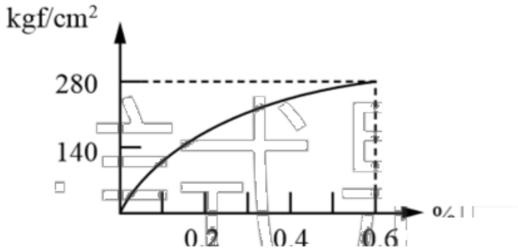
$\delta_b=2\delta_a$ $\quad \dfrac{T_b\times b}{E_b\times A_b}=2\times\dfrac{T_a\times a}{E_a\times A_a}$ $\quad E_b=E_a$ $\quad A_b=A_a$

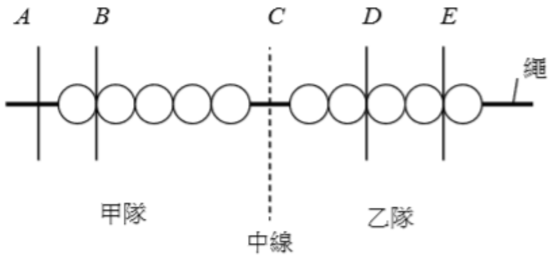
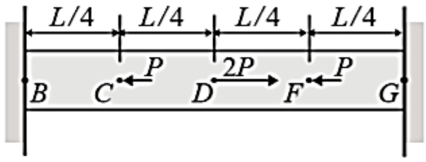
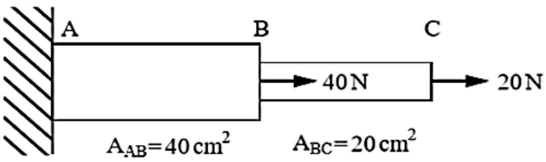
$T_b=2T_a$

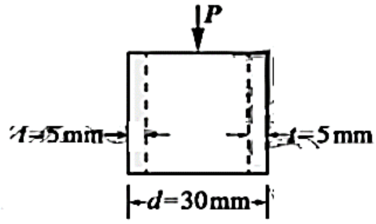
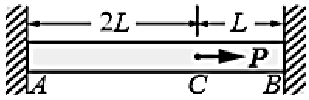
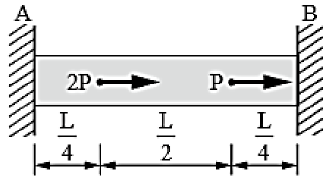
$\sum M_o=0$ $\quad T_a\times 20+T_b\times 40=5\times 100$ $\quad T_a=5kN$ $\quad T_b$=10kN

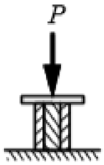
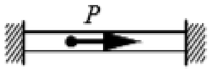
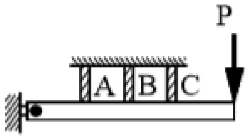
力學下冊 第九章應力應變 96-108 年歷屆考題集錦

96>統測 1	**D**	32. 一等向性均質彈性拉桿之彈性係數爲 E = 240 GPa，斷面積爲 4 cm^2，軸向長度爲 1.2 m。若要使該桿軸向伸長 2 mm，則應施加的軸向力爲： (A) 1600 kN (B) 800 kN (C) 320 kN (D) 160 kN
96>統測 2	**B**	33. 一均質彈性桿件長 2000 mm，斷面積爲 400 mm^2，彈性模數爲 200 GPa。今將其正交卡在兩面平行牆之間，如圖(七)所示。若設該桿件之熱膨脹係數爲 $15 \times 10^{-6}/^\circ C$，當溫度均勻上昇 20 °C 時，桿件之軸向應力絕對值爲： (A) 30 Mpa (B) 60 Mpa (C) 90 Mpa (D) 120 Mpa 圖(七) 
97>統測 3	**D**	32. 有一長 100 cm，橫斷面爲直徑 5 cm 之圓形金屬桿，承受 6000 kgf 之拉力後伸長 0.003 cm，則該金屬桿之彈性係數 E 爲： (A) 2.1×10^6 kgf / cm^2 (B) 1.05×10^5 kgf / cm^2 (C) 0.7×10^6 kgf / cm^2 (D) 1.02×10^7 kgf / cm^2
97>統測 4	**B**	33. 有一半徑 2.5 cm，長 100 cm 的圓棒，受軸向的拉力作用後，軸向伸長 0.2 cm，若蒲松比 (Poisson's ratio) μ 爲 0.2，則直徑的收縮量爲： (A) 0.001 cm (B) 0.002 cm (C) 0.004 cm (D) 0.008 cm
98>統測 5	**A**	6. 結構設計時，為顧及結構的安全性，通常不使用其實際之強度作為設計強度。當使用延展性材料時，其安全係數定義為降伏應力與容許應力之比。今設計一直徑 2 cm 的圓形鋼桿，容許承受拉力為 5000 kgf，已知降伏應力為 $\frac{7500}{\pi}$ kgf/cm^2，則其安全係數為： (A) 1.5 (B) 1.7 (C) 2.1 (D) 2.5
98>統測 6	**B**	18. 如圖(十)所示，一忽略重量之剛性桿 AB 長 5 m，兩端分別懸於兩垂直桿上，使 AB 桿成水平，其中 A 點之垂直桿為黃銅，長為 3 m，斷面積為 1 m^2，黃銅彈性係數 $E_{cu} = 1.05 \times 10^6$ kgf/cm^2；B 點之垂直桿為鋼製，長為 4 m，斷面積為 0.5 m^2，鋼彈性係數 $E_s = 2.1 \times 10^6$ kgf/cm^2。若距離 A 點 x 處有一垂直力 P，則 x 的距離為何，方能使 AB 桿保持水平？ (A) 1.524 m (B) 2.143 m (C) 2.925 m (D) 3.525 m  圖(十)
98>統測 8	**A**	20. 如圖(十二)所示，有一均質且等向性的桿件 AB，兩端固定，桿件斷面積為 5 cm^2。若忽略桿件自重，且有一未偏心的軸向力 P = 1000 kgf 作用在桿件 AB 內部的 C 點，其中 C 點距離 B 點 5 cm，C 點距離 A 點 15 cm，則此時 A 點承受多少力？ (A) 250 kgf (B) 500 kgf (C) 750 kgf (D) 1000 kgf  圖(十二)

99 統測>9	A	2. 一條斷面均勻的細鋼絲，長度為 L，斷面積為 A，彈性係數為 E，將兩端固定使呈水平狀，若自重不計，在其中點懸掛重量為 W 之物體，中點下垂距離 d 如圖(二)，而鋼絲尚屬彈性範圍，則物體重 W 為： (A) $\frac{\sqrt{L^2/4+d^2}-L/2}{L/2}EA\frac{2d}{\sqrt{L^2/4+d^2}}$ (B) $\frac{\sqrt{L^2/4+d^2}-L/2}{L/2}EA\frac{2d}{L}$ (C) $\frac{\sqrt{L^2/4+d^2}}{L/2}EA\frac{2d}{\sqrt{L^2/4+d^2}}$ (D) $\frac{L/2-\sqrt{L^2/4-d^2}}{L}EA\frac{d}{\sqrt{L^2/4-d^2}}$  圖(二)
99>統測 10	D	3. 一根空心短圓鋼管如圖(三)，上下斷面承受均勻壓力時，依蒲松比(Poisson's ratio)的概念： (A) 外直徑變小，內直徑變小 (B) 外直徑變小，內直徑變大 (C) 外直徑變大，內直徑變小 (D) 外直徑變大，內直徑變大  圖(三)
99>統測 11	送分	8. 彈性材料之立方形元素(element)，若其蒲松比(Poisson's ratio)超過 1/2，會發生下列何種現象？ (A) 受任何拉力或壓力，應變都會相同 (B) 受應力時，應變會趨近於 1 (C) 受應力時，垂直方向應變會反向 (D) 六面同時受同樣壓應力時，體積會增加
00>統測 12	C	1. 一 4 m 長鋼製桿件，彈性係數 E = 210 GPa，斷面積 A = 1800 mm^2，如圖(一)所示。承受三個軸向力，除左端固定外，桿件上另有某一位置無位移，該位置離固定端多少距離？ (A) 3.2 m (B) 3.4 m (C) 3.6 m (D) 3.8 m  圖(一)
01>統測 13	D	12. 有一個邊長皆為 150 mm 之正方體混凝土試體，經抗壓試驗至破壞後的應力-應變圖如圖(七)所示，則此混凝土試體破壞時承受多少力？ (A) 28000 kgf (B) 39000 kgf (C) 42000 kgf (D) 63000 kgf  圖(七)
01>統測 14	C	13. 如圖(八)所示之一根正方形斷面構件 AB，承受垂直向下 W=800 N 之軸向負荷，若構件內應力不允許超過 200 N/cm^2，試求此構件 AB 的斷面邊長至少應為何值？ (A) 4 cm (B) 3 cm (C) 2 cm (D) 1 cm  圖(八)

02 統測>15	C	4. 10 人拔河，分成甲乙兩隊，每隊 5 人，每個人以一圓圈表示，如圖(二)所示。假設每個人之施力均相等且均為 F，則下列敘述何者不正確？ (A) A 處繩子之張力(拉力)為零 (B) B 處繩子之張力(拉力)與 E 處相等 (C) C 處繩子之張力(拉力)因兩邊力平衡因此為零 (D) D 處繩子之張力(拉力)為 $3F$  圖(二)
02>統測 16	A	11. 一物體受雙向應力 σ_x 與 σ_y 以及剪應力 τ_{xy} 作用，其楊氏模數(Young's modulus)為 E，蒲松比(Poisson's ratio)為 ν，則其體積應變 ε_v 為： (A) $\varepsilon_v=\frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x+\sigma_y)$ (B) $\varepsilon_v=\frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x-\sigma_y)$ (C) $\varepsilon_v=\frac{3(1-2\nu)}{E}(\sigma_x+\sigma_y)$ (D) $\varepsilon_v=\frac{1-2\nu}{E}(\sigma_x+\sigma_y+2\tau_{xy})$
02>統測 17	A	12. 如圖(八)所示，一均勻桿件長 L，斷面積為 A，楊氏模數(Young's modulus)為 E，二端固定，於 D 點受一向右大小為 $2P$ 之力，於 C、F 二點各受一向左大小為 P 之力作用，則 D 點位移為多少？(向右為正) (A) $PL/(4AE)$ (B) $PL/(2AE)$ (C) $PL/(AE)$ (D) $2PL/(AE)$  圖(八)
03>統測 18	A	7. 圖(五)所示桿件一端為固定端，另一端為自由端，於自由端受一拉力作用，在微小變形及彈性範圍內，下列敘述何者正確？ (A) 由 $\delta=\frac{PL}{EA}$ 得知，若系統將桿件假設為一彈簧，則其彈力係數 $K=\frac{EA}{L}$ (B) 由 $\delta=\frac{PL}{EA}$ 得知，若系統將桿件假設為一彈簧，則其彈力係數 K=EA (C) 若蒲松比(Poisson's ratio) $\mu=0.5$，則桿件受拉力後體積變大 (D) 若蒲松比(Poisson's ratio) $\mu=0$，則桿件受拉力後體積變小
03>統測 19	B	14. 如圖(十一)所示之 AB 及 BC 桿件，該桿件於 B 點及 C 點分別承受 40 N 和 20 N 之作用力，各段材料的剖面積為 $A_{AB}=40\ cm^2$，$A_{BC}=20\ cm^2$，下列敘述何者正確？ (A) AB 桿件及 BC 桿件所受之應力相等 (B) AB 桿件所受之應力較大 (C) BC 桿件所受之應力較大 (D) AB 桿件與 BC 桿件剖面積不同，無法比較 圖(十一) 

04>統測 20	**B**	10. 中空圓管之外徑 $d=30$ mm，厚度 $t=5$ mm，楊氏模數 $E=96$ GPa，蒲松比(Poisson's ratio) $\nu=0.3$。此圓管受到壓力 P 作用，如圖(九)所示，使得圓管產生軸向應變 $\varepsilon_L=-0.002$，則此中空圓管之內徑變為： (A) 19.988 mm (B) 20.012 mm (C) 24.985 mm (D) 25.015 mm  圖(九)
04>統測 21	**D**	11. 均質之彈性體置於深水中承受 σ_0 之靜水壓應力。設 ΔV 為彈性體之體積改變量，E_V 為體積彈性係數，E 為楊氏模數，ε_V 為體積應變，ν 為蒲松比(Poisson's ratio)，則下列何者不正確？ (A) 當 $\nu=0$，則 ε_V 最大　(B) 當 $\nu=\frac{1}{3}$，則 $E=E_V$ (C) 當 $\nu\to\frac{1}{2}$，則 $E_V\to\infty$　(D) 當 $\nu\to\frac{1}{2}$，則 $\Delta V\to\infty$
04>統測 22	**A**	12. 截面積為 A，楊氏模數為 E 的桿件 ACB。桿件之兩端固定，在 C 點受外力 P 作用，如圖(十)所示，則在 C 點的位移 δ 為何？ (A) $\frac{2PL}{3AE}$　(B) $\frac{4PL}{3AE}$　(C) $\frac{2PL}{AE}$　(D) $\frac{3PL}{AE}$ 圖(十) 
05>統測 23	**D**	2. 一承受均勻靜水壓力之物體，假設材料具均質、等向性且符合虎克定律，下列有關蒲松比 ν (Poisson's ratio)、體積彈性模數K (Bulk modulus)及彈性模數E (Modulus of elasticity)之敘述，何者不正確？ (A) 當 $\nu=\frac{1}{3}$ 時，K=E (B) K與E具有相同單位 (C) 若 $\nu=\frac{1}{2}$ 時，K為無限大 (D) 單位體積之體積變化量，由正向應變及剪應變造成
05>統測 24	**B**	5. 如圖(四)所示，A、B兩端固定，桿件軸向剛度為EA，受到圖示力量之作用，試求A端的反力 R_A 為何？ (A) 2P　(B) $\frac{7}{4}$P　(C) $\frac{5}{4}$P　(D) P  圖(四)
06>統測 25	**C**	12. 工程師在設計結構時，對於安全問題的考量，下列敘述何者正確？ (A) 安全考慮並不是重點 (B) 對於延性材料而言，設計工作應力應大於材料之降伏應力 (C) 材料彈性限度之應力應大於所設計之工作應力 (D) 對於脆性材料而言，設計工作應力應大於材料之極限應力
06>統測 26	**D**	13. 下列敘述何者正確？ (A) 蒲松比為蒲松數　(B) 蒲松比一般介於0.5至1之間 (C) 蒲松數一般介於0至0.5之間　(D) 蒲松數有可能是3
06>統測 27	**B**	14. 有一均質等方向性之正六面體，各邊長為L，楊氏係數為E，蒲松比為0.25，若此正六面體之六面均受張應力P作用且在彈性範圍內時，則其體積彈性係數為： (A) $\frac{E}{3}$　(B) $\frac{2E}{3}$　(C) $\frac{EL}{3}$　(D) $\frac{EL^3}{3}$
06>統測 28	**C**	15. 有一均質等方向性材料之楊氏係數 $E=15$GPa，蒲松比 $\nu=0.25$，若材料受力在彈性範圍內，則下列關於楊氏係數E、蒲松比 ν、剛性模數G及體積彈性係數 E_v 之關係式，何者正確？ (A) $G=9$GPa　(B) $E_v=12$GPa (C) $G=\frac{3E_v\cdot E}{9E_v-E}$　(D) $E=\frac{9E_v\cdot G}{G+E_v}$

08>統測 29	**B**	12. 有一均質、等向、線彈性材料之圓柱，圓截面積為 $2.0\times10^{4}\,mm^{2}$，承受軸向壓縮負荷為 $5.0\times10^{5}\,N$。設材料之彈性係數為 25.0 GPa、蒲松比為 0.3，則此時在直徑方向之應變為： (A) -3.0×10^{-4} (B) $+3.0\times10^{-4}$ (C) -1.0×10^{-3} (D) $+1.0\times10^{-3}$
08>統測 30	**C**	14. 下列有關靜不定問題之敘述，何者<u>不正確</u>？ (A) 一般建築結構中的鋼筋混凝土柱，在求其軸向變形時，屬靜不定問題 (B) 在合成桿軸向受力變形一致性之靜不定問題，如圖①，彈性係數大的材料承受應力較大 (C) 在固定桿變形一致性之靜不定問題，如圖②，離外負荷施力點距離較遠之端點反作用力較大 (D) 在變形量呈正比之靜不定問題，如圖③，C 桿件之受力最大 圖① 圖② 圖③