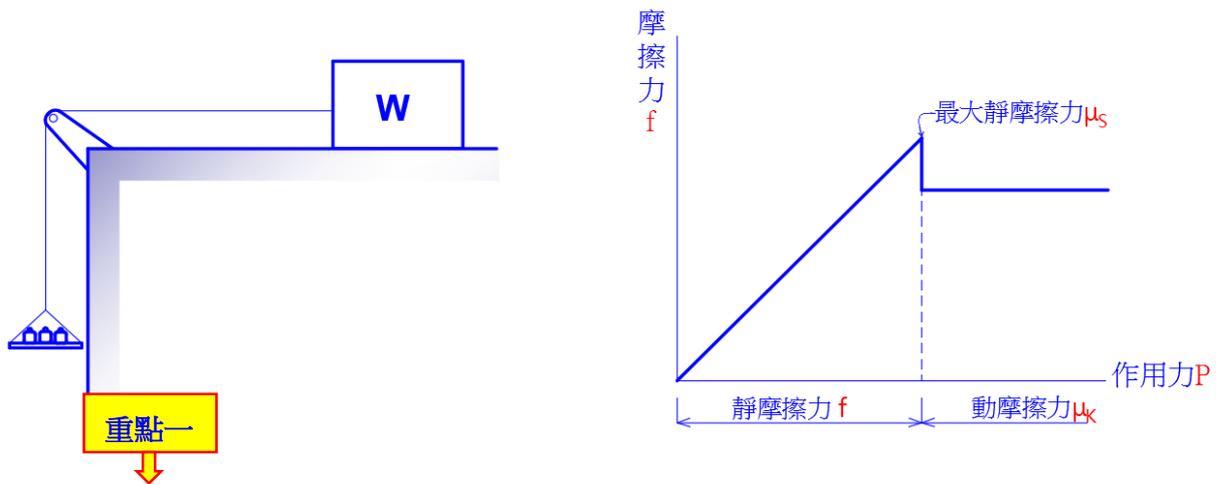


✧ 摩擦

◆ 平面滑動摩擦

- 種類：
 - ①靜摩擦：受力物體在接觸面維持靜止不動，此時產生摩擦力。
 - ②最大靜摩擦：受力物體在接觸面上開始滑動之瞬間，產生摩擦力最大。
 - ③滑動摩擦：受力物體在接觸面上滑動，產生摩擦力。
 - ④滾動摩擦：受力物體在接觸面上滾動，產生摩擦力。
- 摩擦定律（庫侖定律）



➤ 性質：

- ①摩擦力與接觸面間之正壓力 N成正比。
- ②摩擦力與接觸面面積之大小無關，與接觸面性質有關，愈粗糙愈大，反之愈小。
- ③靜止時，外力=摩擦力；動摩擦力恆小於最大靜摩擦力。
- ④溫度變化對摩擦力影響甚微。
- ⑤摩擦力方向與運動或運動趨勢相反。

➤ 摩擦定律（庫侖定律）

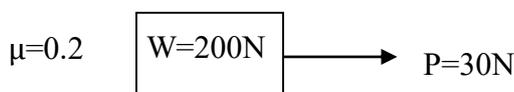
- ①即將或開始運動(仍然靜止狀態)

摩擦力與接觸面正壓力 N 之比值固定，其值為最大靜摩擦係數 μ_s

$$f_{\max} = \text{外力} = N \times \mu_s \quad \mu_s = \frac{f}{N}$$

- ②運動狀態 $f_k = N \times \mu_k < \text{外力}$

例：



試問其摩擦力大小？

➤ 解法

① 判別使物體運動之作用力？往那方向運動？

② 平衡狀態，

▽ 若在平面上，物體與接觸面間生成正壓力 N、摩擦力 f、物重 W、作用力 P

形成四力共點平衡，則 $\sum F_x = 0$ 、 $\sum F_y = 0$ ，解未知數

▽ 若在斜面上，形成四力共點平衡，則設法整理成封閉三角形，再以邊長比值求解。

例

例題 7-1 物體受力開始向右移動，求接觸面之摩擦係數？

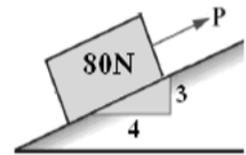


[解]：自由體圖得知，平衡狀態下 $N=50\text{N}$ $f=25\text{N}$

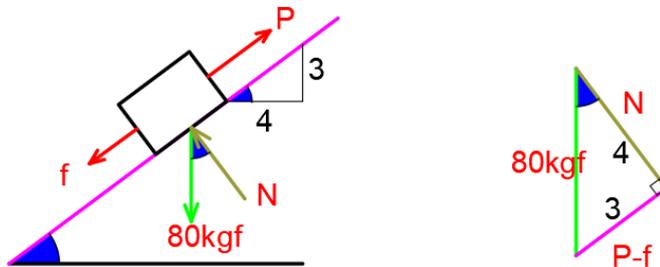
$$\mu_s = \frac{f}{N} = \frac{25}{50} = 0.5$$

例

如右圖所示，一物重 80N，物體與斜面之摩擦係數為 0.2，若 P 力與斜面平行，試求使物體向上運動之最小 P 值。



[答]：P=60.8N

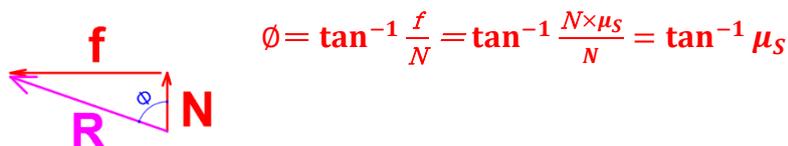


重點二

➤ 摩擦角

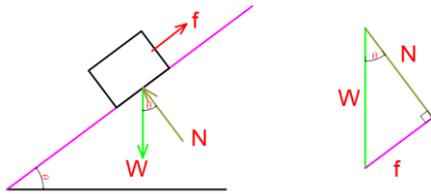
◇ 如例題 7-1 圖，物體受外力作用，呈靜止狀態，產生的正壓力 N (受物重影響) 及 摩擦力 f (受外力影響)，其合力為 R (反作用力)

◇ R 與正壓力 N 之夾角 ϕ ，即為 摩擦角



➤ 靜止角

☆ 一物體放置於一斜面上，當斜面傾斜逐漸增大至 θ 時，恰使物體開始下滑；此時 θ 稱之靜止角。



正弦定理：
$$\frac{W}{1} = \frac{f}{\sin \theta} = \frac{N}{\cos \theta}$$

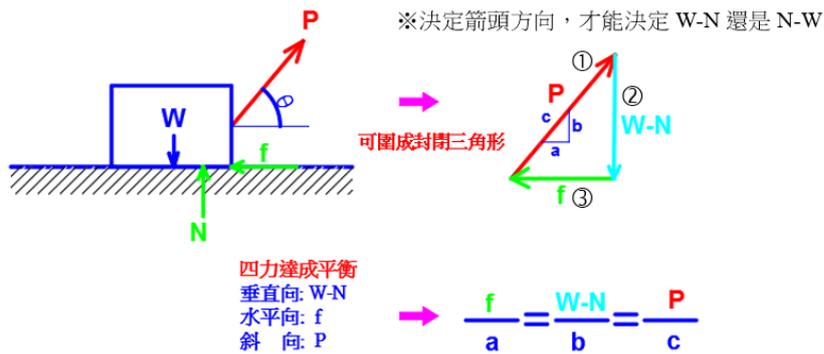
$$N = W \cos \theta \quad f = N \times \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = N \times \mu_s$$

$$\mu_s = \tan \theta$$

重點三

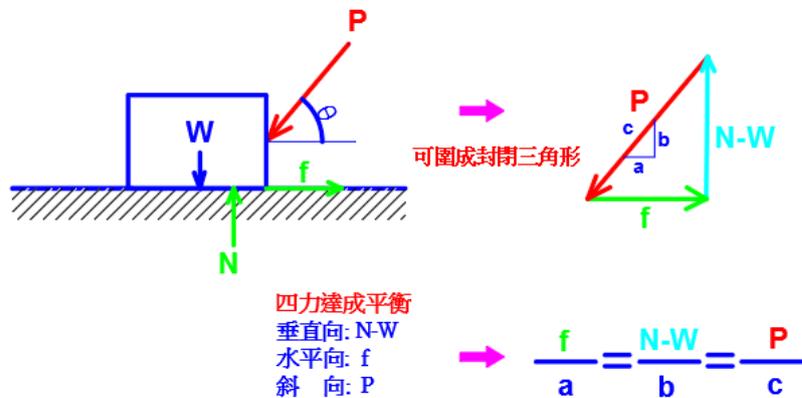
● 平面物體受斜向力作用時

➢ 斜上力作用



例：統測 4、16

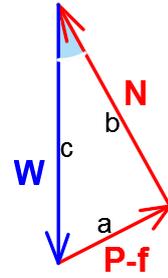
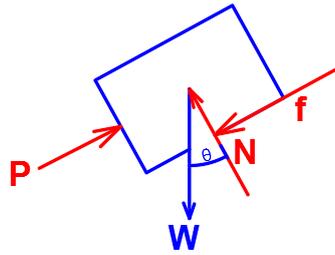
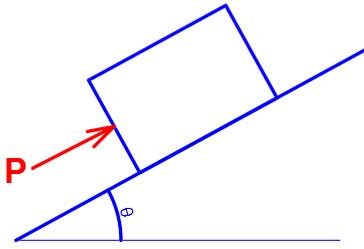
➢ 斜下力作用



重點四

◆ 斜面滑動摩擦

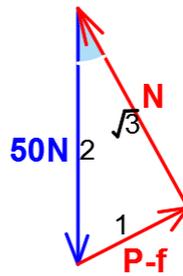
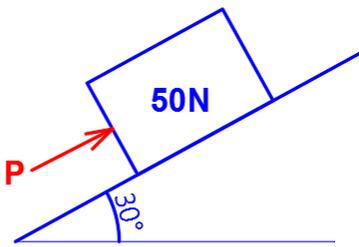
● P 力平行斜面



$$\frac{P-f}{a} = \frac{N}{b} = \frac{W}{c}$$

例

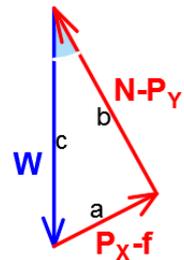
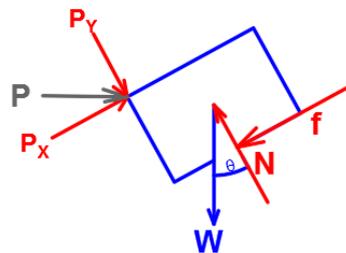
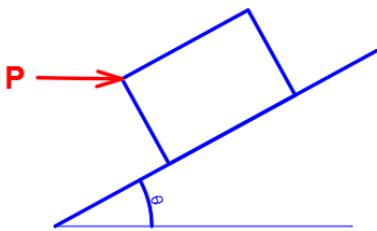
例題 7-5 物體與斜面之摩擦係數為 0.2，試求使物體上滑之最小 P 值？



$$\frac{P-f}{1} = \frac{N}{\sqrt{3}} = \frac{50}{2}$$

$$N = 25\sqrt{3} \quad P = 25 + f = 25 + 25\sqrt{3} \times 0.2 = 33.66\text{N}$$

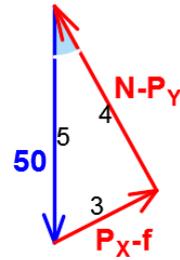
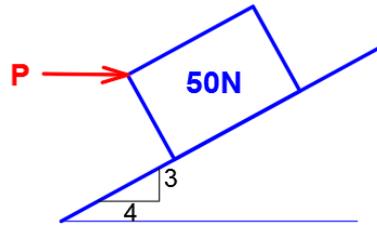
● P 力平行地面



$$\frac{P_x-f}{a} = \frac{N-P_y}{b} = \frac{W}{c}$$

例

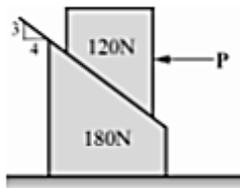
例題 7-6 物體與斜面之摩擦係數為 0.25，試求使物體上滑之最小 P 值？



$$\frac{P_x - f}{3} = \frac{N - P_y}{4} = \frac{50}{5}$$

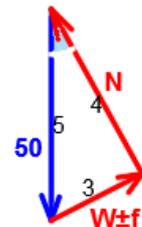
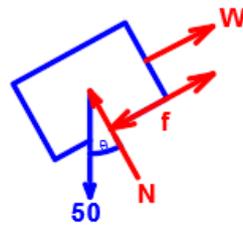
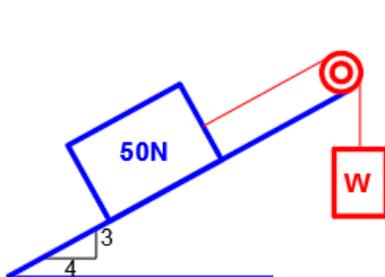
$$N - P_y = N - P \times \frac{3}{5} = 40 \quad P_x - f = P \times \frac{4}{5} - N \times \frac{1}{4} = 30 \quad P = 61.54 \text{ N}$$

[類似] 如下圖所示，二物體間之摩擦係數為 0.25，180N 與水平面之摩擦係數為 0.3，欲使 100N 物體向左移時，試問 P 力至少若干方可推動? **Ans: P=123**



例

使 50N 物體不沿斜面上下滑動，物體與斜面之摩擦係數為 0.3，試求 W 範圍？



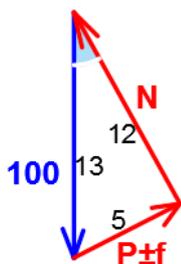
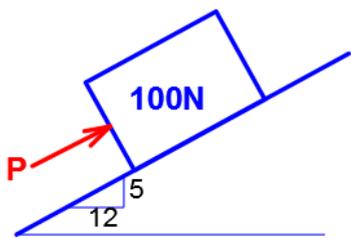
$$\frac{W \pm f}{3} = \frac{N}{4} = \frac{50}{5}$$

$$N = 40 \quad W = 30 \pm N \times 0.3 = 30 \pm 12$$

$$18 \leq W \leq 42$$

例

已知物體與斜面之靜摩擦係數為 $\mu = 0.25$ ，若物體不沿斜面上下滑動，求 P 力之範圍？



[解] $\frac{100}{13} = \frac{P \pm f}{5} = \frac{N}{12}$

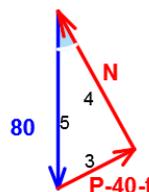
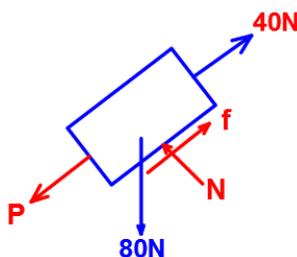
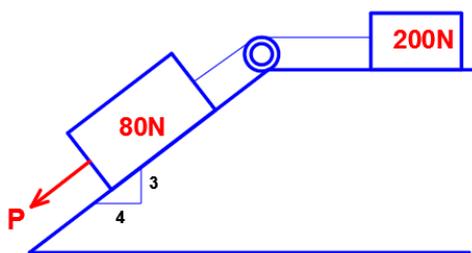
$N = 92.31\text{N}$ $P \pm f = 38.46$

$38.46 - 92.31 \times 0.25 \leq P \leq 38.46 + 92.31 \times 0.25$

$15.38 \leq P \leq 61.54$

例

摩擦係數 0.2，物體欲開始運動所須之 P 力為若干？

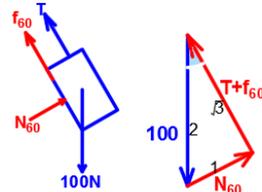
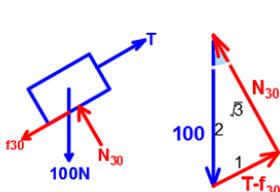
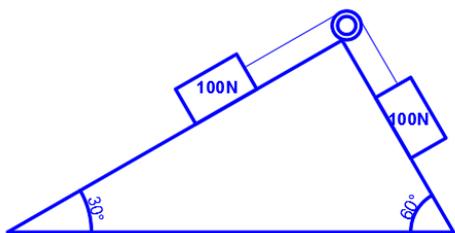


[解] $\frac{80}{5} = \frac{P - 40 - f}{3} = \frac{N}{4}$ $N = 64\text{N}$

$P - 40 - 64 \times 0.2 = 48$ $P = 100.8\text{N}$

例

7. 摩擦狀態相同下，恰使置於 60° 斜面物體下滑，試求斜面之 μ ？



[解] 30° 斜面：

$\frac{100}{2} = \frac{T - f_{30}}{1} = \frac{N_{30}}{\sqrt{3}}$ $N_{30} = 50\sqrt{3}$ $T - f_{30} = T - N_{30} \times \mu = 50$

$T = 50 + 50\sqrt{3} \mu$

60° 斜面：

$$\frac{100}{2} = \frac{T+f_{60}}{\sqrt{3}} = \frac{N_{60}}{1} \quad N_{60}=50 \quad f_{60}=50\mu \quad T+f_{60}=T+50\mu=50\sqrt{3}$$

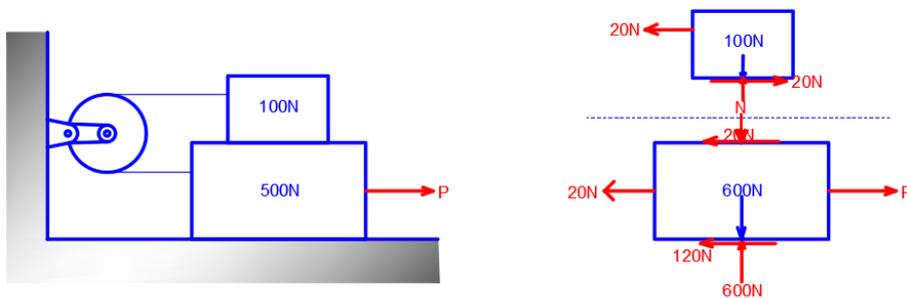
$$T=50\sqrt{3}-50\mu$$

$$50+50\sqrt{3}\mu=50\sqrt{3}-50\mu \quad \mu=0.268$$

重點五

◆ 重疊類型：

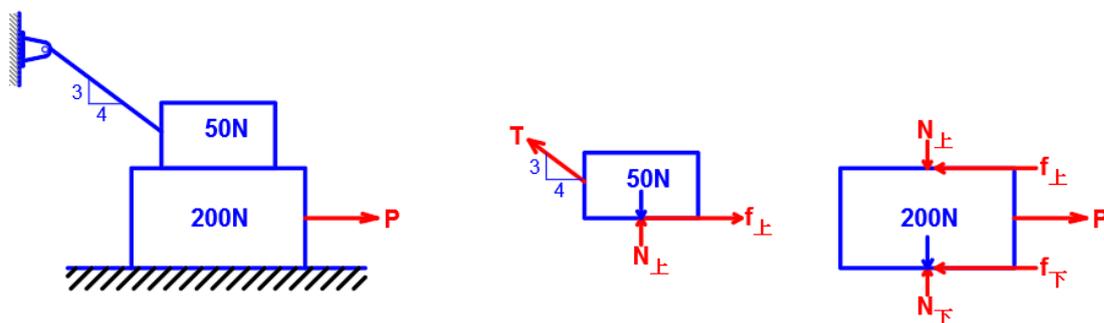
例 接觸面之靜摩擦係數為 0.2，試問至少須若干 P 力才可拉動？



[解] 上部：100N 物體得知， $f=0.2*100=20N$

下部：500N 物體， $f=0.2*600=120N$ $P=20+120+20=160N$

例 各物體接觸面間之摩擦係數為 0.2，欲拉動 200N 之物體，P 力至少須若干？



[解] 分析 50N 物體：

$$\frac{50-N}{3} = \frac{0.2N}{4} \quad N=43.48$$

$$f_{上} = N \times 0.2 = 43.48 \times 0.2 = 8.69$$

分析 200N 物體：

$$\sum F_X = f_{上} + f_{下} - P = 8.69 + N_{下} \times 0.2 - P = 0 \quad P = 8.69 + 0.2N_{下}$$

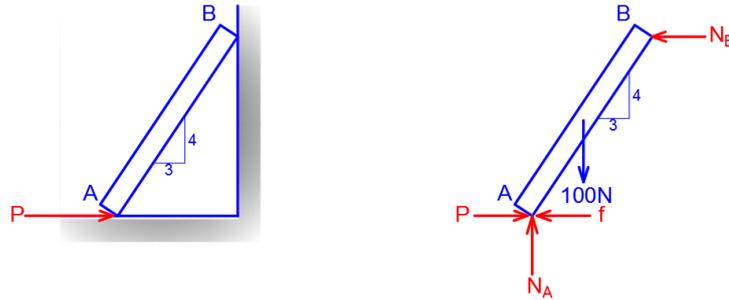
$$\sum F_Y = N_{上} + 200 - N_{下} = 0 \quad N_{下} = 43.48 + 200 = 243.48$$

$$P = 8.69 + 0.2 \times 243.48 = 57.38$$

重點六

◆ 梯子靠牆類型

例 直牆為光滑面，梯與地面摩擦係數為 0.25，試求欲使梯向右滑動之最小 P 值？



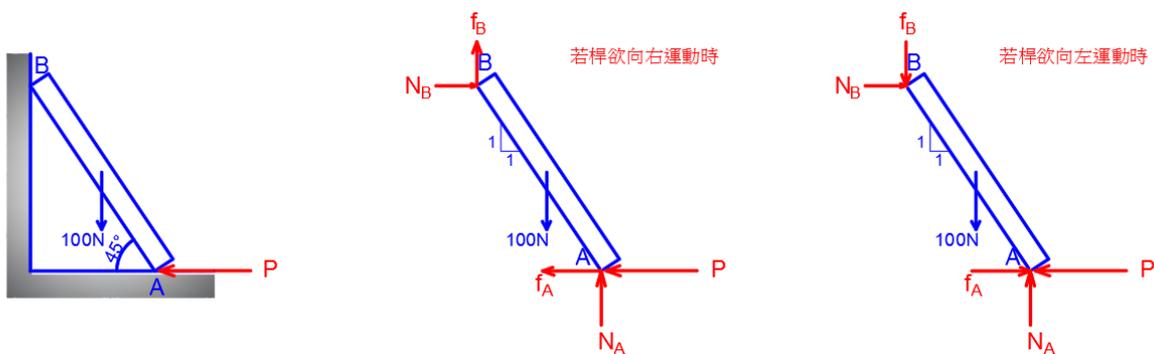
[解] $\sum M_A = 100 \times 1.5 - N_B \times 4 = 0 \quad N_B = 37.5N$

$$\sum F_Y = N_A - 100 = 0 \quad N_A = 100N \quad f = 100 \times 0.25 = 25N$$

$$\sum F_X = P - 25 - 37.5 = 0 \quad P = 62.5N$$

例

梯子兩端與牆壁及地面之摩擦係數為 0.05，今施加 P 使之平衡，求 P 力範圍？



[解] 1. 桿欲向右滑動時

$$\sum M_A = N_B \times 1 + f_B \times 1 - 100 \times 0.5 = N_B \times 1 + N_B \times 0.05 \times 1 - 100 \times 0.5 = 0$$

$$N_B = 47.62 \quad f_B = 47.62 \times 0.05 = 2.38$$

$$\sum F_Y = f_B + N_A - 100 = 2.38 + N_A - 100 = 0$$

$$N_A = 97.62$$

$$\sum F_X = N_B - f_A - P = 47.62 - N_A \times 0.05 - P = 47.62 - 97.62 \times 0.05 - P = 0$$

$$P = 42.74$$

2. 桿欲向左滑動時

$$\sum M_A = N_B \times 1 - f_B \times 1 - 100 \times 0.5 = N_B \times 1 - N_B \times 0.05 \times 1 - 100 \times 0.5 = 0$$

$$N_B = 52.63 \quad f_B = 52.63 \times 0.05 = 2.63$$

$$\sum F_Y = N_A - f_B - 100 = N_A - 2.63 - 100 = 0$$

$$N_A = 102.63$$

$$\sum F_X = N_B + f_A - P = 52.63 + N_A \times 0.05 - P = 52.63 + 102.63 \times 0.05 - P = 0$$

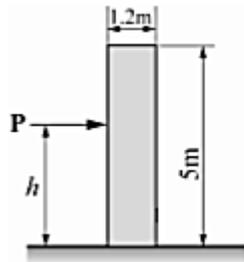
$$P = 57.76$$

$$42.74 \leq P \leq 57.76$$

重點七

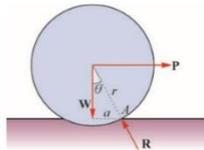
◆ 傾倒類型

例 如下圖所示，為一均質長方體，高 5m，寬 1.2m，重 20N，與其地面間之摩擦係數為 0.4，今欲以一最小之水平力推動此物體，而又不欲使其傾倒，試問 P 作用之最大允許高度 h 應為若干？



重點八

◆ 滾動摩擦



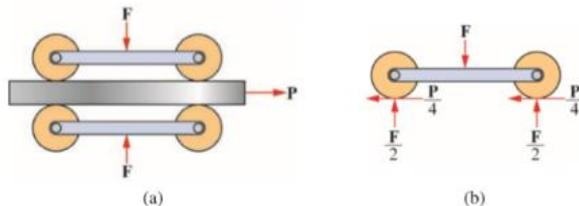
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow W \times a = P \times r \cos \theta$$

$$(\because \theta \approx 0 \Rightarrow \therefore \cos \theta \approx 1)$$

$$\therefore W \times a = P \times r \cdot (1) \quad \text{可得}$$

$$a = \frac{P \times r}{W}$$

例 如圖 7-26(a)所示之鋼板，兩旁各裝有兩同等大小之鋼滾子，鋼滾子直徑為 2cm，滾動摩擦係數為 0.05cm，F=100N，則所需 P 力至少為若干？

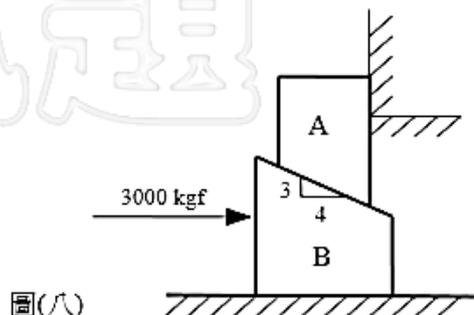


$$\frac{P}{a} = \frac{W}{r} \Rightarrow \frac{P}{\frac{4}{0.05}} = \frac{0.5(100)}{1} \Rightarrow \therefore P = 10N$$

力學上冊 第七章摩擦力 96-108 年歷屆考題集錦

97>統測 1

30. 如圖(八)所示，A 物體重 3600 kgf，B 物體重 1000 kgf，B 物體與水平面間之摩擦係數 $\mu = 0.10$ ，A 物體與 B 物體之間，A 物體與牆面之間的摩擦力均不計，則 B 物體之摩擦力為：
- (A) 260 kgf
(B) 300 kgf
(C) 360 kgf
(D) 400 kgf



圖(八)

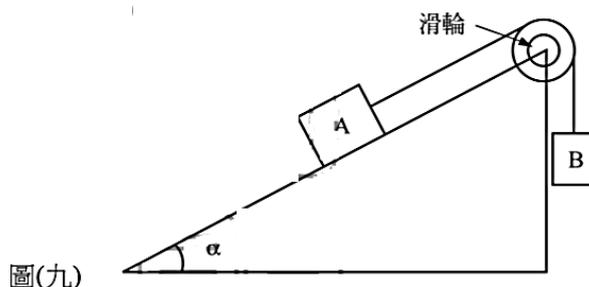
98>統測 2

4. 重量為 100 N 的物體靜置在一水平桌面上，物體與桌面接觸面間的靜摩擦係數為 0.3，動摩擦係數為 0.15。若對物體施加 20 N 的水平推力，此時物體仍然保持靜止，則接觸面間之摩擦力為：
- (A) 15 N (B) 20 N (C) 30 N (D) 100 N

98>統測 3

17. 如圖(九)所示，兩物體 A、B 重量分別為 Q 及 P，設斜面上之物體 A 與斜面間之摩擦係數為 μ ，且斜面之傾角 α 大於摩擦角 $\Phi = \tan^{-1}\mu$ 。若不計滑輪之摩擦損失，則平衡時兩物體重量 $\frac{P}{Q}$ 之極大值為：

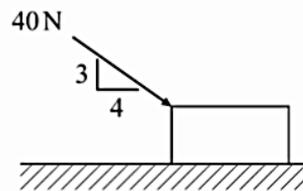
- (A) $\sin \alpha - \mu \times \cos \alpha$
(B) $\cos \alpha - \mu \times \sin \alpha$
(C) $\cos \alpha + \mu \times \sin \alpha$
(D) $\sin \alpha + \mu \times \cos \alpha$



圖(九)

99>統測 4

19. 一物塊重量為 100 N，與地面接觸的靜摩擦係數為 0.3，動摩擦係數為 0.2，施一 40 N 的力如圖(十六)，則接觸面的摩擦力為：
- (A) 30 N
(B) 32 N
(C) 37.2 N
(D) 24.8 N



圖(十六)

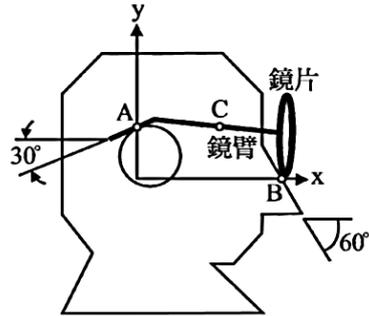
00>統測 5

8. 下列有關摩擦力之敘述，何者不正確？
- (A) 兩物體接觸面愈大，摩擦力也愈大
(B) 物體直線運動時，動摩擦力與運動方向相反
(C) 物體置於斜面上而靜止時，仍有摩擦力
(D) 動摩擦力小於最大靜摩擦力

00>統測 6

15. 眼鏡分鏡臂及鏡片兩部分，以一人頭模型試戴眼鏡如圖(十三)所示。鏡臂與模型耳朵接觸於 A 點，接觸段俯角 30° ，模型耳朵為圓形，靜摩擦係數為 μ_s ；鏡片與模型鼻梁接觸於 B 點，鼻梁俯角 60° ，沒有磨擦力；模型上訂 x-y 垂直座標，A 點座標為 $(0, 4)$ ，B 點座標為 $(10, 0)$ ，眼鏡質心 C 點座標為 $(5, 4)$ ；使眼鏡不會順著鼻子往下滑的最小 μ_s 值是：

- (A) 0.105
(B) 0.150
(C) 0.155
(D) 0.215

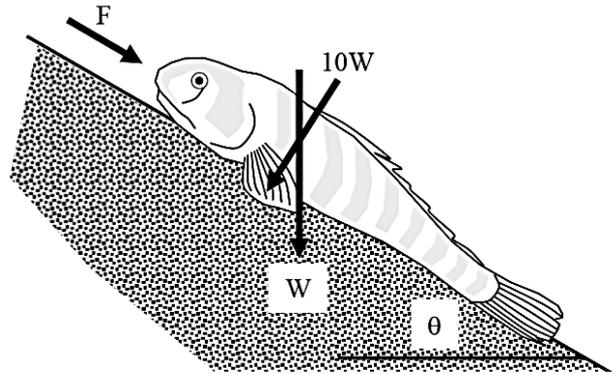


圖(十三)

00>統測 7

19. 欲建一條渠道連通某攔河堰上下游，讓小鰕虎魚能游上該攔河堰如圖(十六)所示。小鰕虎魚重 W ，潮溼的渠道面靜摩擦係數為 0.1 ；水流順著坡面沖擊小鰕虎魚，最大沖擊力 $F = W \times (1 + 0.5 \sin \theta - 0.5 \cos \theta)$ ， θ 為渠道坡度角，當沖擊力大時，小鰕虎魚可利用胸部吸盤產生 $10W$ 的吸力垂直於坡面，以免被沖下去，為縮短渠道長度以減少天敵獵食機會，設計水流不會沖掉小鰕虎魚的最陡坡度角，則 $\tan \theta = ?$

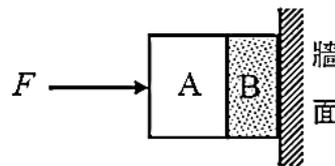
- (A) $\sqrt{3}/2$
(B) 0.4
(C) $\sqrt{5}/3$
(D) $\sqrt{2}/3$



01>統測 8

9. 如圖(五)所示，有 A、B 兩個物體的重量分別為 W_1 和 W_2 ，若施一水平力 F 可使兩個物體靠在牆面上恰好不會滑下，則物體 A 所受的摩擦力至少為何？

- (A) W_1
(B) W_2
(C) F
(D) $W_1 + W_2$



01 統測>9

10. 承上題，物體 B 與牆壁間之靜摩擦係數至少等於何者？

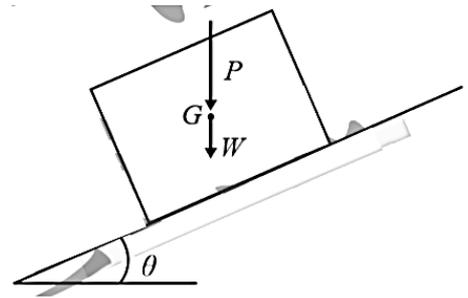
- (A) $\frac{W_1}{F}$
(B) $\frac{W_1 + W_2}{F}$
(C) $\frac{F}{W_1 + W_2}$
(D) $\frac{W_2}{F}$

02>統測 10

10. 如圖(七)所示，一物體重 W 在一傾斜角度為 θ 之斜面上受垂直荷重 P 作用於重心 G ，斜面與物體間之靜摩擦係數為 μ_s ，則使此物體維持靜止的最大傾斜角度 θ 為何？

- (A) $\theta = \tan^{-1}(\mu_s \frac{W}{P+W})$
 (B) $\theta = \tan^{-1}(\mu_s \frac{P+W}{P})$
 (C) $\theta = \tan^{-1}(\mu_s \frac{W}{P})$
 (D) $\theta = \tan^{-1}(\mu_s)$

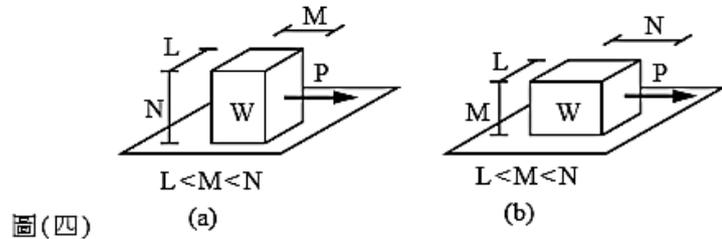
圖(七)



03>統測 11

6. 圖(四)所示(a)案例與(b)案例為二均勻材質之實心物體，重量皆為 W ，置於同一桌面上，摩擦係數皆相同，受一水平拉力 P 作用後，下列敘述何者正確？

- (A) 以物體對桌面產生之壓應力而言，(a)案例=(b)案例
 (B) 以物體與桌面間產生之摩擦力而言，(a)案例<(b)案例
 (C) 以物體對桌面產生之正向力而言，(a)案例=(b)案例
 (D) 以物體對桌面間產生之摩擦力而言，(a)案例>(b)案例

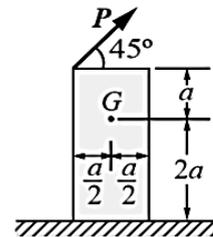


04>統測 12

8. 圖(七)中，重量為 W 之物體靜置在地面上，其重心為圖中之 G 點。物體與地面間之最大靜摩擦係數為 μ_s ，則使物體傾倒的最小力量 P 為何？

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{8} W$
 (B) $\sqrt{2} W$
 (C) $\frac{\sqrt{2}}{3} \mu_s W$
 (D) $\sqrt{2} \mu_s W$

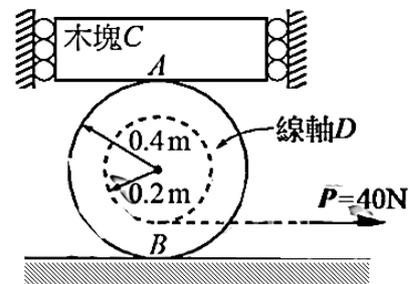
圖(七)



04>統測 13

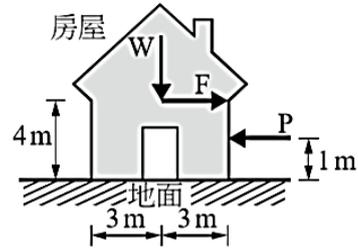
9. 如圖(八)所示，重量為 50N 的木塊 C 被限制在左右兩邊的牆壁間，允許木塊上下移動，與牆面間無摩擦力，且此木塊放置在線軸 D 之上，線軸 D 的重量為 40N 。當線上拉力 P 增加到 40N 時，線軸上 A 、 B 兩點同時開始產生水平滑動，則 A 、 B 兩點的靜摩擦係數 μ_A 、 μ_B 分別為何？

- (A) $\mu_A=0.1, \mu_B=0.167$
 (B) $\mu_A=0.15, \mu_B=0.6$
 (C) $\mu_A=0.2, \mu_B=0.75$
 (D) $\mu_A=0.2, \mu_B=0.333$



05>統測 14

8. 如圖(七)之房屋，直接座落於地面上，房屋自重為 $W = 250 \text{ kN}$ ，與地面間之靜摩擦係數為 0.4 ，於地震時承受一離地面 4 m 之水平地震集中力 $F = 200 \text{ kN}$ ，在房屋右側高於地面 1 m 處施加一水平集中力 P 來避免房屋傾倒與滑動，若要房屋於地震時不向右側傾倒亦不左右滑動，則此右側之水平集中力 P 至少需為多少 kN ？
 (A) 50 (B) 75 (C) 100 (D) 125



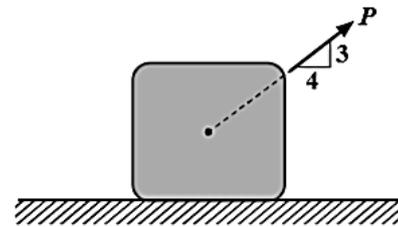
圖(七)

06 統測>15

9. 關於摩擦之敘述，下列何者正確？
 (A) 依據物體接觸力之不同，摩擦分為流體摩擦及乾摩擦
 (B) 庫倫摩擦為接觸面間有潤滑流體存在之摩擦行為
 (C) 一般而言，摩擦力與接觸面之正向力成正比
 (D) 摩擦力對人類而言只有缺點沒有優點

07>統測 16

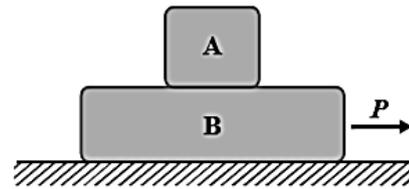
9. 一木箱重 150 N 置於水平地面，如圖(七)所示，受一拉力 $P = 50 \text{ N}$ ，施力方向如圖所示。若木箱與地面之靜摩擦係數為 0.3 ，動摩擦係數為 0.25 ，則接觸面上的摩擦力大小為何？
 (A) 30 N
 (B) 36 N
 (C) 37.5 N
 (D) 40 N



圖(七)

07>統測 17

10. 如圖(八)所示，兩塊體 A、B 疊置於水平面上，A 重 200 kgf ，B 重 300 kgf 。A 與 B 間的靜摩擦係數為 0.25 ，B 與平面間的靜摩擦係數為 0.3 ，欲拉動 B 向右滑動所需的最小拉力 P 應為何？
 (A) 50 kgf
 (B) 90 kgf
 (C) 150 kgf
 (D) 200 kgf



圖(八)

08>統測 18

9. 下列有關摩擦之敘述，何者正確？
 (A) 有摩擦力處一定會有因摩擦之能量損失
 (B) 乾滑動摩擦為庫倫摩擦，流體摩擦則不是庫倫摩擦
 (C) 當接觸面為完全光滑時，摩擦係數為 0 ，當接觸面為完全粗糙時，摩擦係數等於 1
 (D) 在物體靜止狀態下，接觸面之摩擦力固定為正向力乘以摩擦係數，方向平行於接觸面

[解 6] $\Sigma M_o = 0$

$$(N_A \times \cos 60^\circ + f \times \cos 30^\circ) \times \left(4 + \frac{5\sqrt{3}}{3}\right) = (N_A \times \cos 30^\circ - f \times \cos 60^\circ) \times 5$$

$$\mu = 0.105$$

