

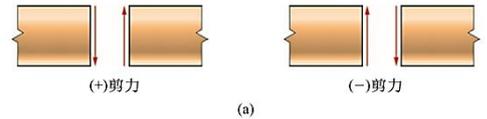
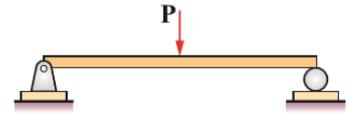
一、梁之剪力與彎矩

探討梁受到橫向力作用，其梁內部產生反作用力(剪力、彎矩力)的情形。以分析點剖開畫自由體圖，在靜力平衡下，除了剪力平衡外，還與支點產生彎矩平衡。

重點一

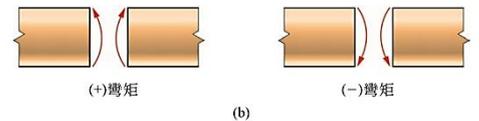
(一) 剪力 V :

1. 先求出支承點反力
2. 依梁分析點位置截斷開，畫出一側自由體圖
3. 平衡方程式 $\sum F_y = 0$ ，求出該點之剪力大小
4. 判斷(+)、(-)：對自由體圖而言，若剪力為順時針轉向，則為(+)；否則為(-)



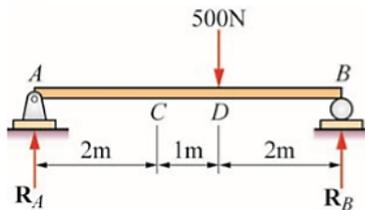
(二) 彎矩 M :

1. 先求出支承點反力
2. 依梁分析點位置截斷開，畫出一側自由體圖
3. 以分析點為力矩中心， $\sum M_x = 0$ ，求出該點之彎矩大小
4. 判斷(+)、(-)：對自由體圖而言，彎矩若使梁上彎，則為(+)；使梁下彎為(-)



例

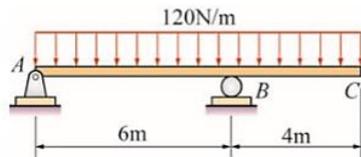
如圖所示之簡支梁，受集中之荷重，試求其 C 點、D 點之剪力及彎矩值。



[解] :

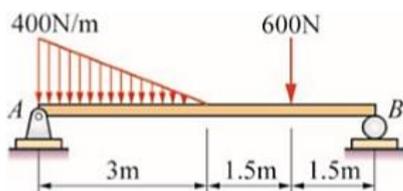
例

有一外伸梁，如圖所示，受 120N/m 之均佈荷重，試求其 B 點之彎矩值



練習

有一簡支梁，受力情形如下圖所示，試求其中點之剪力值及彎矩值大小？



二、剪力圖與彎曲力矩圖

重點二

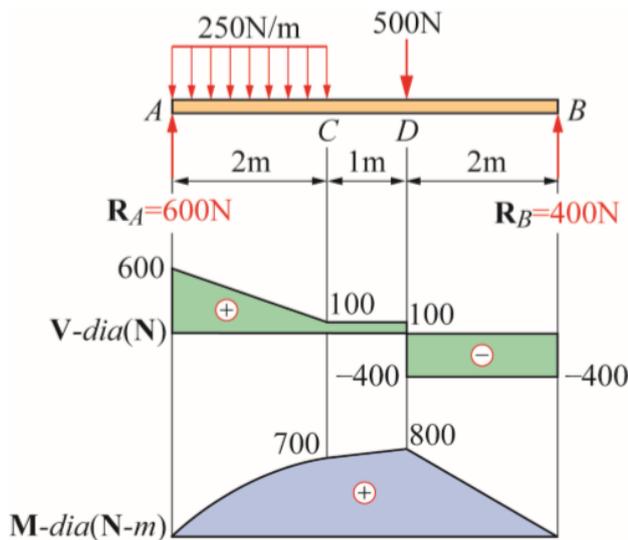
(一) 剪力圖：剪力大小為縱座標；桿件位置為橫座標所繪剪力圖。

(二) 彎矩圖：彎矩大小為縱座標；桿件位置為橫座標所繪彎矩圖。

(三) 面積法

1. 梁上兩斷面剪力差值 = 該兩斷面之荷重圖面積

2. 梁上任兩斷面彎矩差值 = 該兩斷面之剪力圖面積



說明：

1. A、C 兩點荷重圖面積 = $250 \times 2 = -500$
 A 點剪力值 = 600N ，AC 兩點剪力差 = -500 ，C 點剪力值 = $600 - 500 = 100\text{N}$

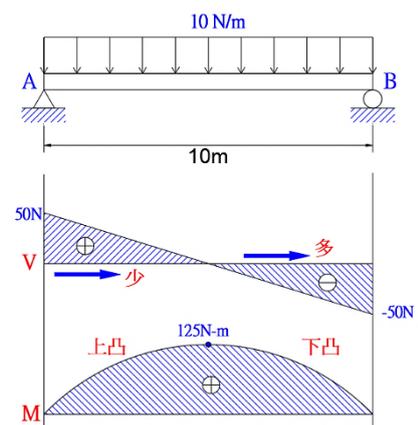
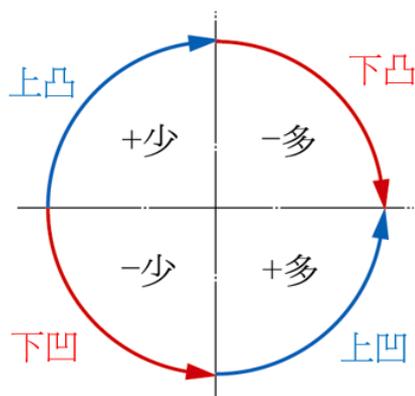
2. A、C 兩點剪力圖面積 = $(600 + 100) \times 2 \div 2 = 700$ ，A 點彎矩值 = 0
 AC 兩點彎矩差 = 700 ，C 點彎矩值 = $0 + 700 = 700$

(四) 繪圖步驟

荷重 圖形	沒有荷重	集中荷重	均佈荷重	均變荷重	力偶矩
剪力圖	水平直線	鉛直直線	傾斜直線	二次拋物線	水平直線
彎矩圖	傾斜直線	轉點折線	二次拋物線	三次拋物線	鉛直直線

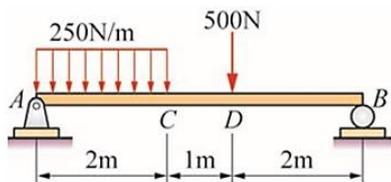
※剪力圖 拋物線型式：由荷重圖 面積變化來判別

※彎矩圖 拋物線型式：由剪力圖 面積變化來判別



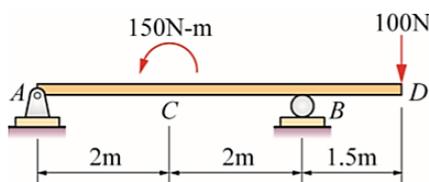
例

有一簡支梁其所受荷重情形，如下圖所示，試繪製剪力圖及彎矩圖，並求出 C 點、D 點之剪力及彎矩值



例

有一外伸梁其所受荷重情形，如下圖所示，試以繪製剪力圖及彎矩圖求其 C 點、B 點之剪力及彎矩值



例

如圖 11-44 所示，外伸梁在 BD 段受一均佈負荷，其大小為 100N/cm 試繪製此外伸梁之剪力圖及彎矩圖。

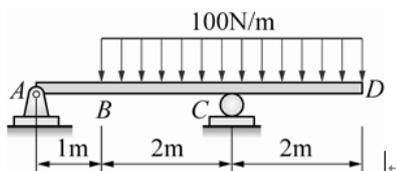


圖 11-44

[基本剪力圖與彎矩圖]

	集中載重	均佈載重	均變載重
基本之剪力圖與彎矩圖			
	$M = \frac{Pab}{l}$	$M = \frac{wl^2}{8}$	$M = \frac{wl^2}{9\sqrt{3}}$

三、危險斷面

重點三

(一)危險斷面（臨界斷面）：當梁之斷面尺寸相同時，產生彎矩之絕對值為最大時之斷面

表 11-4 常見簡支梁剪力圖與彎矩圖

荷重類型	集中荷重	均佈荷重	力偶矩
圖示			
M_{max}	$M_{max} = \frac{Pab}{L}$	$M_{max} = \frac{\omega L^2}{8}$	$M_{max} = M$
M_{max} 位置	剪力正負變化處	剪力為零處	外加偶矩處

表 11-5 常見懸臂梁剪力圖與彎矩圖

荷重類型	集中荷重	均佈荷重	力偶矩
圖示			
M_{max}	$M_{max} = PL$	$M_{max} = \frac{\omega L^2}{2}$	$M_{max} = M$
M_{max} 位置	固定端	固定端	整段梁

(二)討論：

- (1) 剪力等於零 ($V=0$) 處未必是危險截面，必須就彎矩圖之局部極大值加以比較，其中彎矩值之絕對值為最大時之截面才是危險截面。
- (2) 懸臂梁之危險斷面一定在固定端。
- (3) 簡支梁之危險斷面在剪力圖之剪力由正變負處或由負變正處。

例

如圖 11-31 所示之簡支梁，承受三角形分佈之荷重，試問剪力為零處距 B 點距離為： (A)3m (B) $3\sqrt{3}$ m (C)4.5m (D)6m。

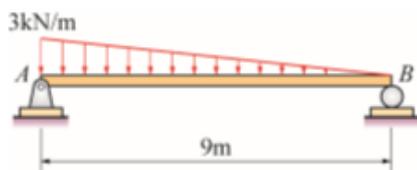


圖 11-31

四、簡支梁受移動負載之最大剪力與彎曲力矩

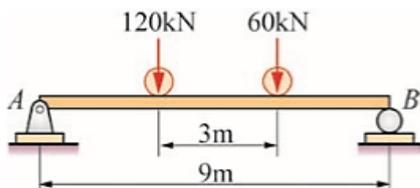
重點四

假定：

1. 移動負載力：為可移動之一組（兩個以上）集中負載力，且負載力間距為定值。
2. 移動負載力中最大負載 P_x 與移動負載力之合力，兩者間之平分線與跨距中心重合時，則此 P_x 所在位置之彎矩為最大值。
3. 當最左／最右之移動負載位在左／右支點處時，則會產生最大剪力。

例

一承受移動負載之簡支梁，如圖所示，試求此梁可能承受之最大彎矩 M_{\max} 為若干？及承受之最大剪力 V_{\max} 為若干？



例

一承受移動負載之簡支梁，如圖 11-37 所示，此梁可能承受之最大彎矩 M_{\max} 為：

(A)8kN·m (B)8.5kN·m (C)10kN·m (D)10.5kN·m。

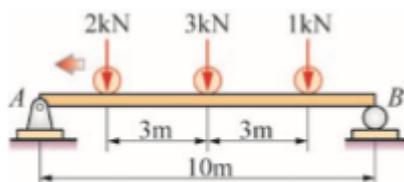
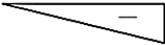
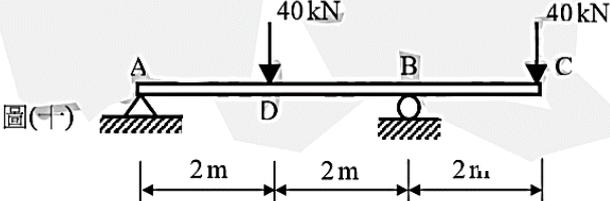
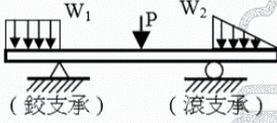
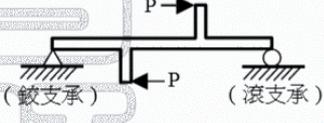
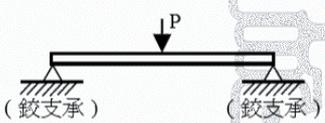
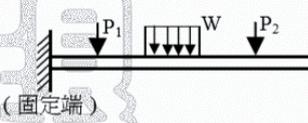
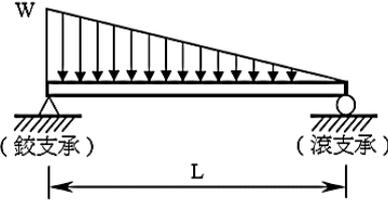
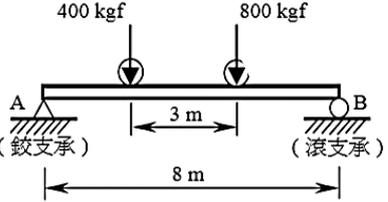
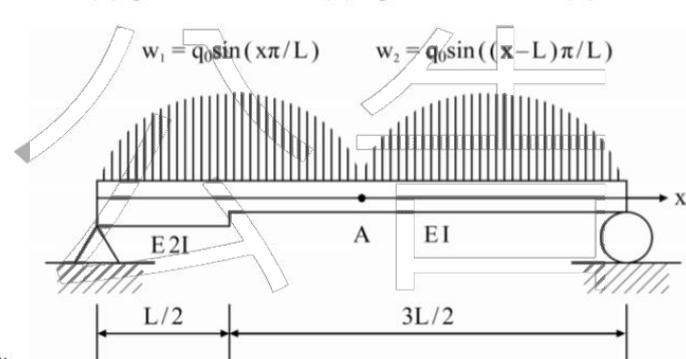
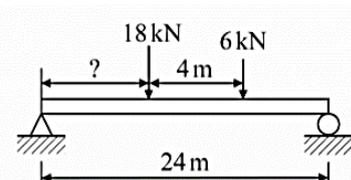
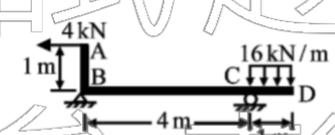
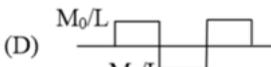
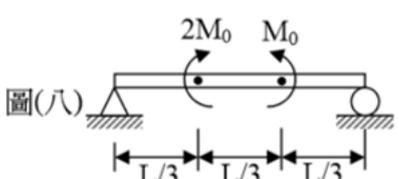
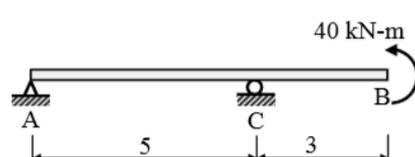


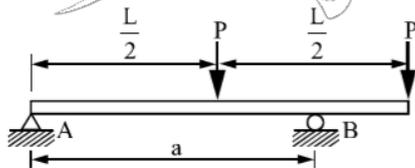
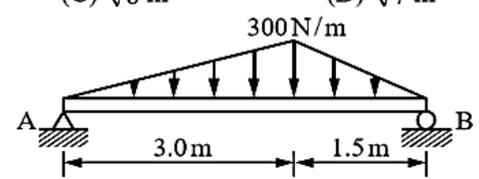
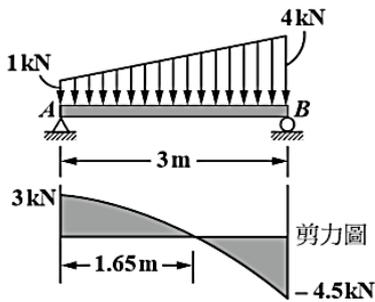
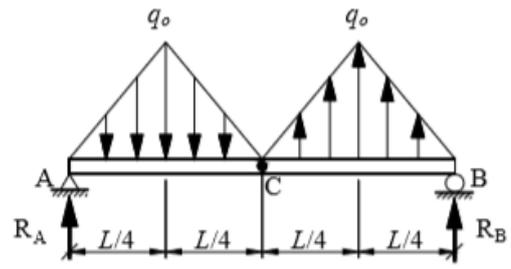
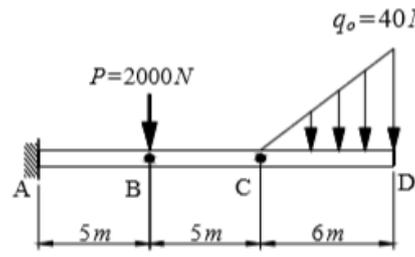
圖 11-37

力學下冊 第十一章梁之剪力與彎曲力矩 96-108 年歷屆考題集錦

96>統測 1	C	<p>35. 一梁之剪力圖如圖(九)所示。若剪力與彎矩之正負方向固定，則下列何者最不可能為該梁的彎矩圖？</p> <p>(A)  (B) </p> <p>(C)  (D) </p> <p>圖(九) </p>
96>統測 2	BD	<p>36. 如圖(十)所示之外伸簡支梁，下列有關梁中剪力之敘述，何者不正確？</p> <p>(A) 支承 A 至 D 點間之剪力為零 (B) 支承 B 點右側之剪力絕對值為最大</p> <p>(C) DB 與 BC 間之剪力絕對值相同 (D) 支承 A、B 間之剪力為常數</p> <p>圖(十) </p>
96>統測 3	C	<p>37. 續如圖(十)所示之外伸簡支梁，梁中間支承 B 點處之彎矩絕對值為：</p> <p>(A) 20 kN-m (B) 40 kN-m (C) 80 kN-m (D) 120 kN-m</p>
97>統測 4	C	<p>35. 各種梁的荷重如下列各圖所示，其中 P、P₁ 與 P₂ 為集中荷重，W 與 W₁ 為均佈荷重，W₂ 是均變荷重，則下列何者為靜不定梁 (statically indeterminate beam)？</p> <p>(A)  (B) </p> <p>(C)  (D) </p>
97>統測 5	D	<p>36. 由荷重、剪力與彎曲力矩之關係可知，當一簡支梁承受一均變荷重時，如圖(十一)所示，其彎矩圖應為何種型式？</p> <p>(A) 水平直線 (B) 傾斜直線 (C) 二次拋物線 (D) 三次拋物線</p> <p>圖(十一) </p>
97>統測 6	C	<p>37. 一承受移動荷重之簡支梁，如圖(十二)所示，此梁可能承受之最大彎矩 M_{max} 為：</p> <p>(A) 1637.5 kgf-m (B) 1737.5 kgf-m (C) 1837.5 kgf-m (D) 1937.5 kgf-m</p> <p>圖(十二) </p>

99>統測 7	D	<p>7. 一簡支樑長 $2L$ 如圖(五), 左邊四分之一段慣性矩為 $2I$, 右邊四分之三段慣性矩為 I, 材料彈性係數為 E, 左右兩半段各承受對稱分佈載重 w_1 及 w_2, 以樑左支撐點為水平座標 x 之原點往右為正, 兩分佈載重公式為 $w_1 = q_0 \sin(x\pi/L)$ 及 $w_2 = q_0 \sin((x-L)\pi/L)$ 如圖所示, 則中間點 A 之剪力大小為:</p> <p>(A) $q_0L/2$ (B) $q_0L/3$ (C) $\pi q_0L/2$ (D) 0</p>  <p>圖(五)</p>
99>統測 8	B	<p>15. 一簡支樑長 24m, 承受 18kN 及 6kN 左右兩集中載重, 相距 4m 如圖(十二), 則 18kN 之集中載重距離左支承多少 m 時, 可使此樑產生絕對最大彎矩?</p> <p>(A) 12m (B) 11.5m (C) 11m (D) 10.5m</p>  <p>圖(十二)</p>
00>統測 9	A	<p>7. ABCD 結構如圖(七)所示, 一水平力作用於垂直臂末端, 一均佈載重作用於外伸部份。距左端支承 B 點 3.0m 處, 梁彎矩之絕對值為:</p> <p>(A) 7kN-m (B) 8kN-m (C) 9kN-m (D) 10kN-m</p>  <p>圖(七)</p>
00>統測 10	C	<p>9. 簡支梁如圖(八)所示, 其剪力圖應為下列何者?</p> <p>(A)  (B)  (C)  (D) </p>  <p>圖(八)</p>
01>統測 12	D	<p>17. 一外伸簡支梁於懸臂端施加一 $40\text{kN}\cdot\text{m}$ 之彎矩(見圖(十二)), 下列對於該梁斷面剪力之敘述, 何者不正確?</p> <p>(A) 支承 A 與 C 間之剪力為常數 (B) 外伸懸臂端 B 點之剪力為零 (C) 最大剪力之絕對值為 8kN (D) 最大剪力發生在距離滾支承 C 點右側 1m 處</p>  <p>圖(十二)</p>
01 統測>13	D	<p>18. 續如前題所示之外伸簡支梁, 下列對於該梁斷面彎矩之敘述, 何者正確?</p> <p>(A) 支承 A 與 C 間之彎矩為常數 (B) 外伸懸臂端 B 點之彎矩為零 (C) 滾支承 C 點之彎矩為零 (D) 最大彎矩之絕對值為 $40\text{kN}\cdot\text{m}$</p>

02 統測>14	A	<p>17. 如圖(十三)所示之簡支樑受到分佈載重作用, 假設在 C 點之剪力為 V_C, 在 D 點之剪力為 V_D, 則 C 點及 D 點之剪力差的絕對值 $V_D - V_C$ 等於多少?</p> <p>(A) 3.50 kN (B) 5.25 kN (C) 7.00 kN (D) 8.75 kN</p> <p style="text-align: center;">圖(十三)</p>
03 統測>15	D	<p>8. 如圖(六)所示之簡支樑承受逆時針方向之彎矩作用, 其剪力圖為何?</p> <p style="text-align: center;">圖(六)</p>
03 統測>16	A	<p>19. 如圖(十六)所示之簡支樑, 下列彎矩圖何者正確?</p> <p style="text-align: center;">圖(十六)</p> <p>(A) </p> <p>(B) </p> <p>(C) </p> <p>(D) </p>
04 統測>17	C	<p>16. 如圖(十三)中圖(a)及圖(b)所示的試驗架設方式, 皆可用來量測材料之彎曲強度 (flexural strength 或 bending strength)。試由下列理由中, 挑選一個最適合的理由與試驗架設方式:</p> <p>(A) 圖(a) 試驗架設容易, 且 AC、CB 段剪力為常數, 故選用圖(a) (B) 圖(a) 在 C 處的彎矩為圖(b) 中 C 處彎矩的 1.5 倍, 故選用圖(a) (C) 圖(b) 在 CD 段為純彎矩, 無剪力, 故選用圖(b) (D) 圖(b) 在 AC 及 DB 段只有彎矩, 故選用圖(b)</p>
04 統測>18	A	<p>18. 圖(十五)之簡支梁, 當移動活載重由左向右通過時, AB 梁之絕對最大彎矩發生於當 9 kN 載重與右端 B 的距離為多少時?</p> <p>(A) 4.6 m (B) 4.2 m (C) 3.8 m (D) 3.4 m</p> <p style="text-align: center;">圖(十五)</p>

05 統測>19	C	<p>3. 欲使圖(二)所示外伸梁彎矩的絕對值為最小(即最大正彎矩等於最大負彎矩), 試求A支承與B支承間的距離a為何?</p> <p>(A) $\frac{2}{3}L$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}L$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}L$ (D) $\frac{3}{4}L$</p>  <p>圖(二)</p>
05 統測>20	C	<p>4. 如圖(三)所示之簡支梁, 其危險斷面距A端多少距離?</p> <p>(A) 2.0 m (B) $\sqrt{5}$ m (C) $\sqrt{6}$ m (D) $\sqrt{7}$ m</p>  <p>圖(三)</p>
06 統測>21	A	<p>16. 一均質等方向性且受力在彈性範圍內之梁, 其荷重、剪力與彎曲力矩之關係, 下列敘述何者正確?</p> <p>(A) 梁只承受均佈荷重時, 其剪力圖為一傾斜直線 (B) 梁承受彎矩荷重處, 梁之剪力圖會受彎矩之影響 (C) 梁之任兩斷面剪力差值, 等於此兩點間之彎矩圖面積 (D) 梁之任兩斷面彎矩差值, 等於此兩點間之荷重圖面積</p>
07 統測>22	C	<p>11. 如圖(九)所示為受分佈載重作用之簡支梁AB及其剪力圖, 則此梁之最大彎矩M_{max}為何?</p> <p>(A) 1.65 kN-m (B) 2.47 kN-m (C) 2.84 kN-m (D) 3.29 kN-m</p>  <p>圖(九)</p>
08 統測>23	D	<p>16. 有一承受分佈負荷之簡支梁如圖(五)所示, 在梁中點C處之剪力V_C與彎矩M_C的大小為:</p> <p>(A) $V_C = 0$、$M_C = 0$ (B) $V_C = 0$、$M_C = \frac{1}{8}q_0L^2$ (C) $V_C = \frac{1}{8}q_0L$、$M_C = \frac{1}{8}q_0L^2$ (D) $V_C = \frac{1}{8}q_0L$、$M_C = 0$</p>  <p>圖(五)</p>
08 統測>24	A	<p>17. 有一承受負荷之懸臂梁如圖(六)所示, 其最大彎矩之危險斷面發生在何位置?</p> <p>(A) A處 (B) B處 (C) C處 (D) D處</p>  <p>圖(六)</p>