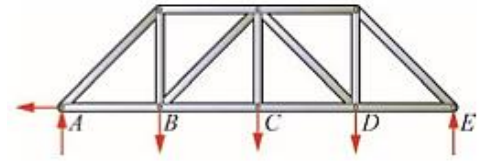


第六章 桁架

一、桁架（求桿件內力）

(一)定義：桁架係由三根桿件組成一基礎三角形，每增加兩根不共線桿件產生一新節點而擴充成一穩定之構造。



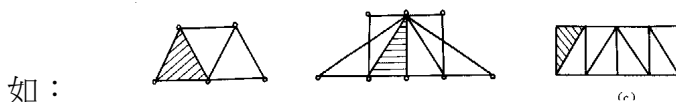
(二)基本假設：

1. 桿件均為剛體，各桿件之結合不考慮其摩擦力。
2. 桁架之桿件均在同一平面，外力及桿件之內力亦在同一平面上，形成共平面之力系。
3. 桁架上之外力及桿件之內力均作用於節點上。
4. 桁架之桿件自重略去不計。
5. 桁架中每一根桿件皆為二力桿件，且其所受內力均為軸向張力或軸向壓力。
6. 桿件內力符號通常以指離節點為張力(T)或(+)表示，指向節點為壓力(C)或(-)表示。

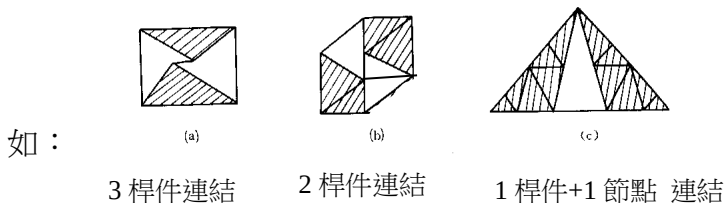
重點一

→(三) 桁架種類

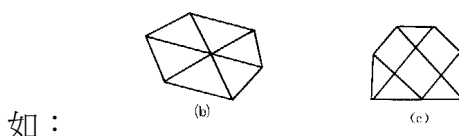
1. 簡單桁架：由一基本三角形出發，每增加二桿件即增加一節點。



2. 複式桁架：二個簡單桁架間，用 特殊方式 連接而成



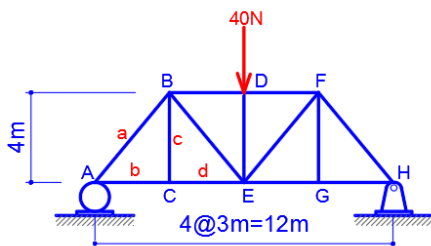
3. 複雜桁架：不為簡單或複式桁架



重點二

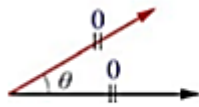
→(四)分析桁架之桿件內力（壓／張）及判別零桿件

如下圖所示，當桁架承受外力作用時，經由桿件力的傳導，將外力分散至支承點上，由支承點產生反作用力與之平衡抵消。

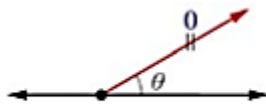


- 1 零桿件之判別：凡內力為零之桿件，謂之零桿件。

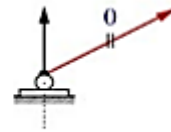
- ① 兩桿件相交於一點，不成一直線，若節點上無外力作用，則二桿件皆為零桿件 (圖 a)。
- ② 三桿件(力)相交於一點，其中有兩力共線時，則第三桿件為零桿件(圖 b1-b2)。



圖(a)



圖(b-1)

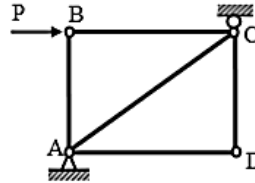


圖(b-2)

例

如圖(九)所示之平面簡單桁架中，若 $P \neq 0$ ，則下列何者不是「零力桿件」？

- (A) AC
(B) AB
(C) AD
(D) CD



圖(九)

2. **T字法**：三桿件(力)相交於一點，其中兩桿件共線時，則共線之桿件(力)必相等(圖 C)。
3. **十字法**：四桿件相交於一點，其中兩兩桿件共線時，則共線之力必相等(圖 D)。
4. **對稱桿件**：P 力作用於節點，連結兩對稱桿件，則兩桿力大小相等，方向相反。

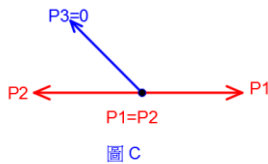


圖 C

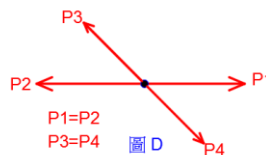
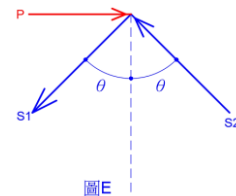
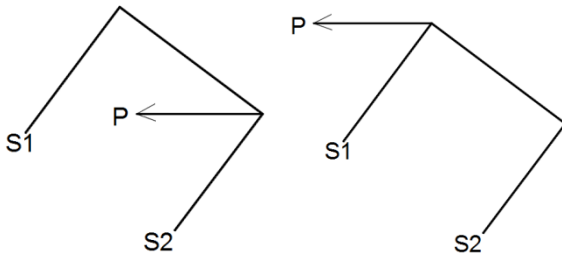


圖 D

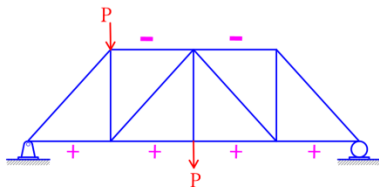


圖E

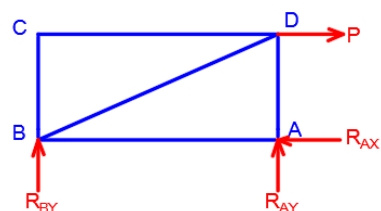
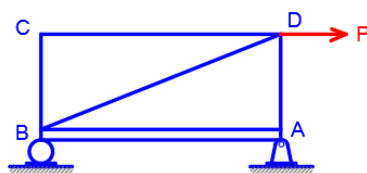
5. **平行桿件**：兩桿力 S_1, S_2 大小相等，方向相反。



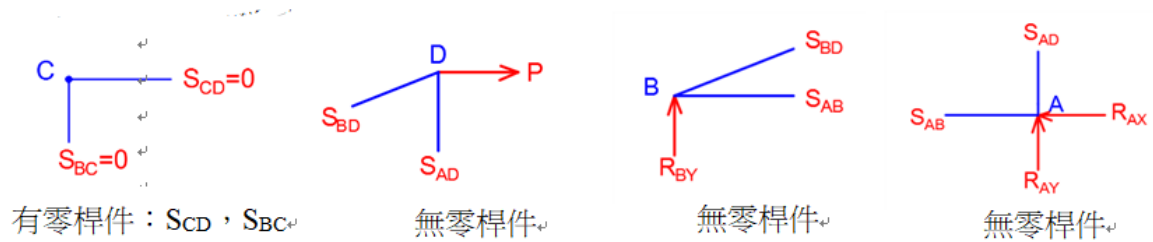
6. **平弦梁**上下承載重力，則上弦桿件受壓力(-)，下弦桿件受張力(+)



例 如下圖所示之桁架；試問共有幾根桿件為零桿件？



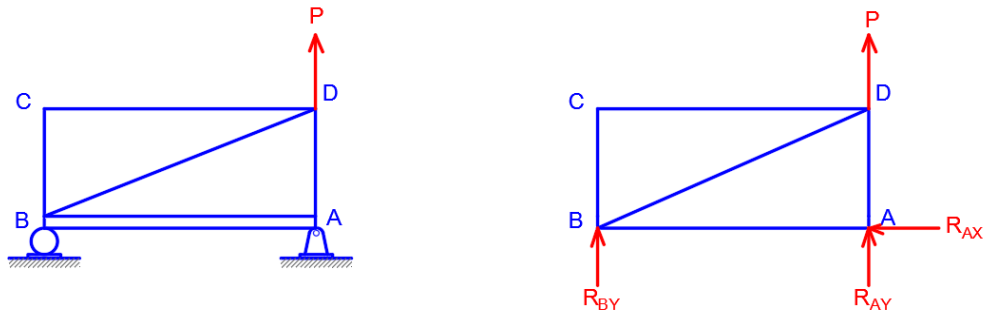
[解]: 畫出自由體圖



答：共有二根零桿 ($S_{CD} = 0$ ， $S_{BC} = 0$)

例

如下圖所示之桁架；試問共有幾根桿件為零桿件？



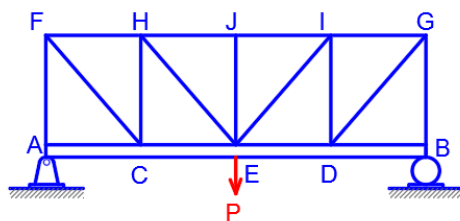
[解]:畫出自由體圖

- C 節點：符合零桿件判別一①， BC, CD 兩桿為零桿件
- D 節點：符合零桿件判別一②， BD 桿為零桿件
- B 節點： R_{BY} 無法平衡 AB 桿力， $\therefore AB$ 桿為零桿件
- A 節點： $R_{BY} = AD$ 桿力

答：共有四根零桿 ($S_{CD} = 0$ ， $S_{BC} = 0$ ， $S_{BD} = 0$ ， $S_{AB} = 0$)

例

如下圖所示之桁架；試問共有幾根桿件為零桿件？



[解]:畫出自由體圖

- J 節點：符合零桿件判別一②， JE 桿件為零桿件
- B 節點：符合零桿件判別一②， BD 桿件為零桿件
- A 節點：因桁架僅受垂直向下外力 P 作用， A, B 支承只存在 Y 軸向反力 $R_{AX} = 0$ ， AC 桿件亦為零桿件

答：共有**三根零桿** ($S_{JE}=0$, $S_{BD}=0$, $S_{AC}=0$)

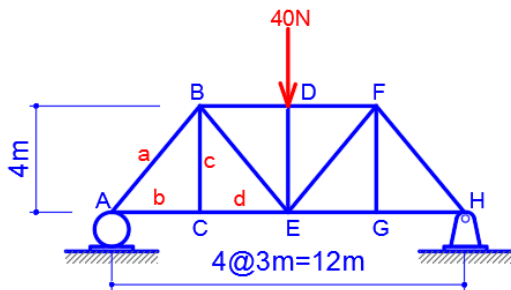
(五) 節點法：分析桿件內力的一種方法

重點三

1. 取**特定一節點及所連接桿件**畫**自由體圖**，自由體圖為**共平面共點力系**可利用 **平衡方程式**： $\sum F_x=0$ 及 $\sum F_y=0$ ，解出**未知力**。※節點之**未知力不能超過兩個**。
2. 分析自由體圖桿件內力，若無法明確判別內力之方向時，**先假設為張力**（指離節點）。解得力為**正**時，表示**張力**；為**負**時，表示**壓力**。
3. 解題步驟：
 - (1) 先求出**兩支承反力**
 - (2) 節點及連接桿件呈平衡狀態，應用 **$\sum F_x=0$, $\sum F_y=0$** ，求得**桿件應力**

例

求桁架桿件 S_a 、 S_b 、 S_c 、 S_d 之內力？

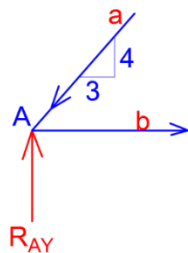


[解]:

因桁架對稱且外力作用於中心線上，故 $R_A=R_H=20N$ $R_{HX}=0$

C 節點：符合零桿件判別一②， **c 桿件為零桿件**

畫出 A 節點自由體圖：判別 a,b 桿件內力方向



$$\sum F_y = R_{AY} - \frac{4}{5}a = 0 \quad a = 25N (C)$$

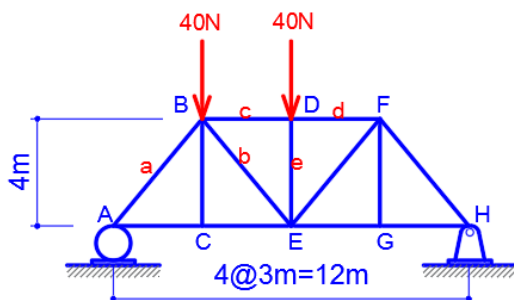
$$\sum F_x = b - \frac{3}{5} \times 25 = 0 \quad b = 15N (T)$$

$$b = d = 15N (T)$$

$$\underline{a = 25N (C) \quad b = 15N (T) \quad c = 0 \quad d = 15N (T)}$$

例

例題 6-4 求桁架桿件 S_a 、 S_b 、 S_c 、 S_d 、 S_e 之內力？



(六)截面法：分析桿件另一種方法

重點四

1. 欲求桁架中某一桿件之內力，直接斷開桿件，分析自由體圖，解出未知力。

2. 作法：

(1) 將桁架從欲求桿件斷開為二，取未知桿件數少的部份為自由體圖。

(2) 在自由體圖中，被斷開桿件內力與外力成為一共平面非共點非平行之平衡狀態。

(3) 利用共平面非共點非平行之平衡方程式：
$$\begin{cases} \sum M_O = 0 \\ \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases}$$
 解出未知力

重點五

3. 方式：

(1) **力矩法**：

● 適用：求平弦桁架中之上下弦桿

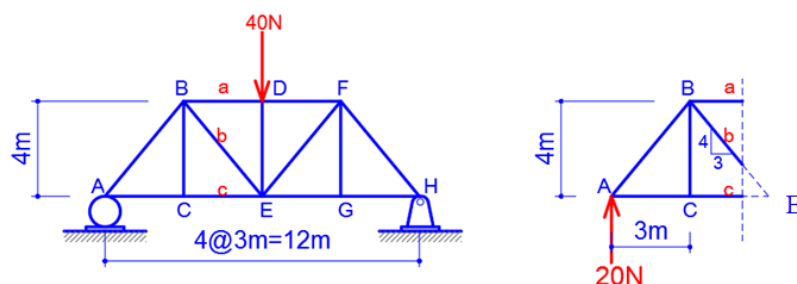
● 解法：A. 先求支承反力。

B. 除了欲求桿件之外，令其他未知兩桿件相交節點設為力矩中心 O，

$\sum M_O = 0$ ，求出桿件內力。

例

例 6-5 求桿件 a, b, c 之內力？



[解]:

$$\sum M_E = 0 \quad b, c \text{ 桿力無力矩產生, } a \times 4 = 20 \times 6 \quad a = 30\text{N (C)}$$

$$\sum F_y = 0 \quad 4/5 b = 20 \quad b = 25\text{N (T)}$$

$$\sum F_x = 0 \quad 3/5 \times 25 - 30 + c = 0 \quad c = 15\text{N (T)}$$

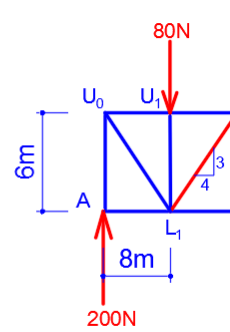
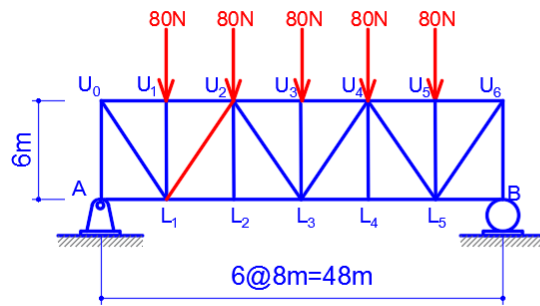
(2) **剪力法**：

● 適用：求平弦桁架中之腹弦桿（斜桿）

● 解法：先求支承反力， $\sum F_y = 0$ ， $\sum F_x = 0$ ，解未知力

例

求桁架中 U2L1 桿件內力？



[解]:

$$\sum F_y = 3/5 \times S_{L1U2} + 200 - 80 = 0 \quad S_{L1U2} = -200N \text{ (C)}$$

(七) K 桁架法:

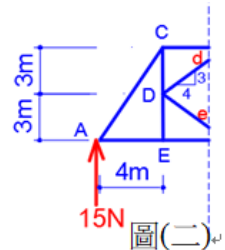
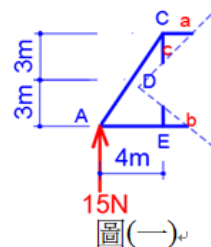
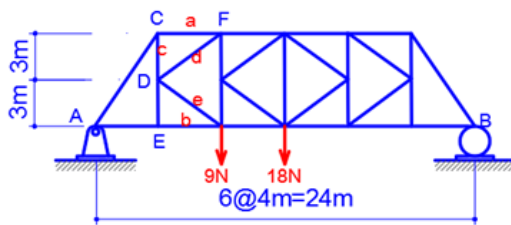
1. 適用: 桁架桿件以 **K 型** 連接

2. 解法:

- (1). 欲求桁架中 **上下弦桿內力**，以” < ” 或” > ” 方式切開欲求桿件(如圖一)，其解法與 **力矩法** 同
- (2). 欲求桁架中之 **腹弦桿** (斜桿)，其解法與 **剪力法** 略同
 - a. **垂直方式** 切開桿件(如圖二)
 - b. 二斜桿內力 **大小相等，方向相反**
 - c. 二斜桿之 **垂直分力和** = 自由體圖之 **垂直合力**

例

例 6-6 求



[解]: 1. 圖一

$$\sum M_E = 0 \quad 15 \times 4 + a \times 6 = 0 \quad a = -10N \text{ (C)}$$

$$\sum M_C = 0 \quad 15 \times 4 - b \times 6 = 0 \quad b = 10N \text{ (T)}$$

E 節點有二桿件成 180° ，第三桿件為 0 桿件，**c=15N (T)**

2. 圖二

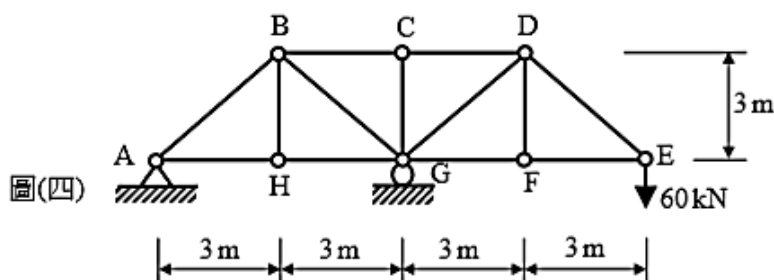
$$\sum F_y = 3/5 \times d + 3/5 \times e = 15 \quad \text{因 } d, e \text{ 大小相等, } d = -12.5N \text{ (C)} \quad e = 12.5N \text{ (T)}$$

力學上冊 第六章空間力系 96-108 年歷屆考題集錦

96>統測 1

28. 如圖(四)所示之簡單桁架中，下列何者不是「張力桿件」？

- (A) BG 桿件 (B) AB 桿件 (C) DE 桿件 (D) BC 桿件



96>統測 2

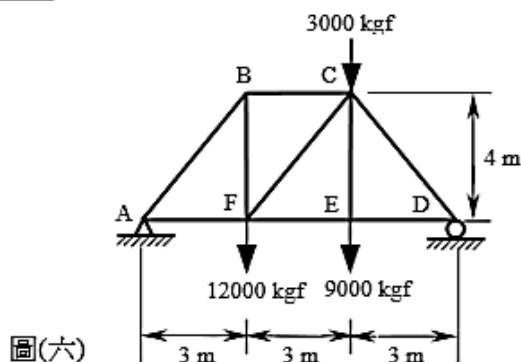
29. 續如圖(四)所示之簡單桁架中，下列之敘述，何者不正確？

- (A) 桿件 HG 之內力為 60 kN 壓力 (B) 桿件 BH 為零力桿件
(C) 桿件 BG 與 DG 之內力相同 (D) 桿件 AB 與 DE 之內力不相同

97>統測 3

28. 如圖(六)所示之桁架，則下列敘述何者錯誤？(C 代表壓力，T 代表張力)

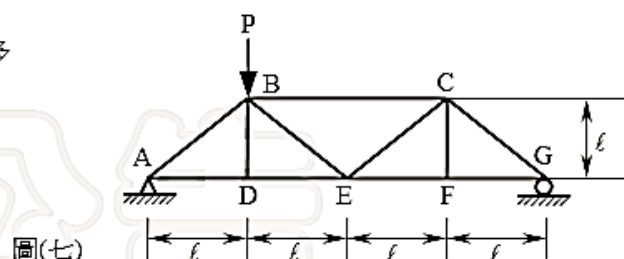
- (A) AB 桿件之內力為 15000 kgf (C)
(B) BC 桿件之內力為 9000 kgf (C)
(C) AF 桿件之內力為 9000 kgf (T)
(D) EF 桿件之內力為 9000 kgf (C)



97>統測 4

29. 圖(七)所示之桁架承受一 P 力作用時，下列敘述何者錯誤？

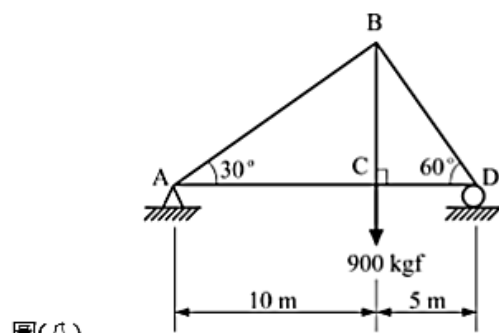
- (A) BC 桿為壓力桿
(B) 拉力桿件數較壓力桿件數為多
(C) BD 及 CF 為零力桿件
(D) DE 及 EF 桿件之內力相等



98>統測 5

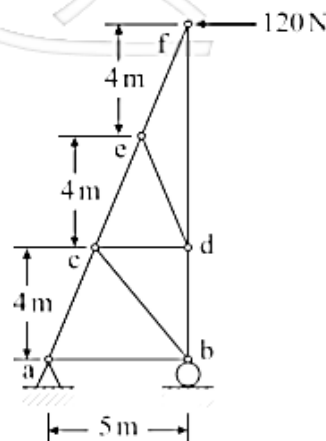
16. 如圖(八)所示，有一平面桁架於接頭(節點)C上受到 900 kgf 之垂直載重，此載重所產生各桿件之內力，下列何者不正確？(桿件受壓力為負，拉力為正)

- (A) BC 桿件內力為 + 900 kgf
(B) BD 桿件內力為 $-400\sqrt{3}$ kgf
(C) CD 桿件內力為 $+200\sqrt{3}$ kgf
(D) AB 桿件內力為 - 300 kgf



99>統測 6

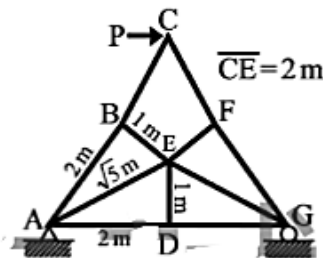
9. 一平面桁架如圖(六)，以 C 代表壓力、T 代表拉力，則 bd 桿件之內力為：
- (A) 288 N (T)
 (B) 130 N (C)
 (C) 144 N (C)
 (D) 50 N (T)



圖(六)

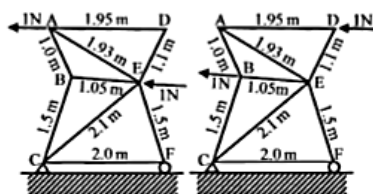
00>統測 7

2. 一對稱桁架尺寸如圖(二)所示，C 點受水平力 P，AB 桿件受力為：
- (A) 壓力 $P/2$
 (B) 壓力 $2P/3$
 (C) 拉力 $P/2$
 (D) 拉力 P



00>統測 8

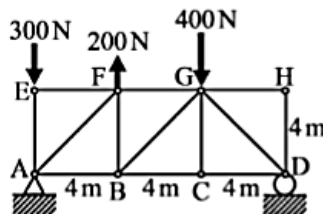
13. 兩完全相同之桁架結構如圖(十二)所示，右圖 D 點受 1 N 力方向同 $\overrightarrow{DA}$ 向量，B 點受 1 N 力方向同 $\overrightarrow{EB}$ 向量，左圖 A 點受 1 N 力方向同 $\overrightarrow{DA}$ 向量，E 點受 1 N 力方向同 $\overrightarrow{EB}$ 向量，所有桿件受力皆在線彈性範圍，此二桁架之桿件受力狀況為：
- (A) 只有 CF 相同
 (B) 只有 AD、BE、CF 相同
 (C) 只有 AD、BE 不同
 (D) 根據力之可傳性，全部相同



圖(十二)

00 統測>9

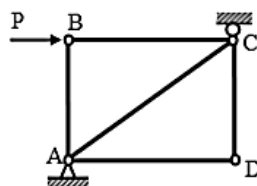
18. 平面桁架如圖(十五)所示，已知 A 點為鉸支承，D 點為滾支承，試判斷此平面桁架零力桿件之數量？
- (A) 4 支
 (B) 5 支
 (C) 6 支
 (D) 7 支



圖(十五)

01>統測 10

14. 如圖(九)所示之平面簡單桁架中，若 $P \neq 0$ ，則下列何者不是「零力桿件」？
- (A) AC
 (B) AB
 (C) AD
 (D) CD

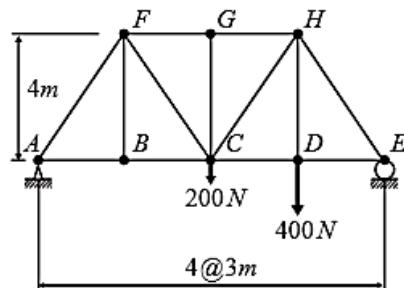


圖(九)

02>統測 11

8. 如圖(六)所示之平面桁架中， A 為鉸支撐(hinge)、 E 為滾支撐(roller)，則哪些桿件承受張力？

- (A) 只有 AB 、 BC 、 CD 、 DE 桿件
 (B) 只有 AB 、 BC 、 CD 、 DE 、 DH 桿件
 (C) 只有 AB 、 BC 、 CD 、 DE 、 CF 、 DH 桿件
 (D) 只有 AB 、 BC 、 CD 、 DE 、 CF 、 CH 、 DH 桿件



圖(六)

02>統測 12

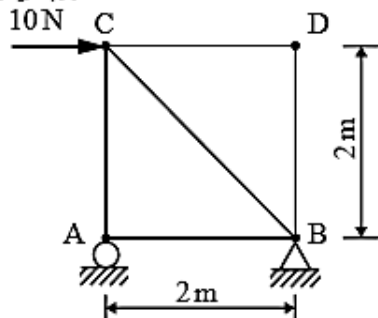
9. 承上題，桿件 CH 所承受之內力為多少？(+ 為張力，- 為壓力)

- (A) -250N (B) 0N (C) $+250\text{N}$ (D) $+500\text{N}$

03>統測 13

2. 圖(一)所示的桁架，其內力為零的桿件共有多少根？

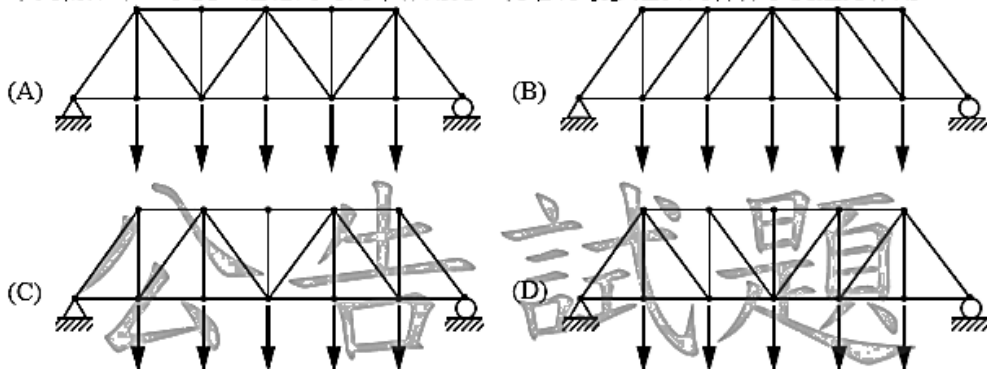
- (A) 3
 (B) 2
 (C) 1
 (D) 0



圖(一)

03>統測 14

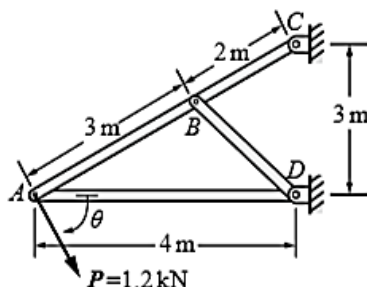
13. 下列桁架中，承受 5 個相同的向下作用力，何者有最多之斜向桿件承受拉力作用？



04 統測>15

7. 如圖(六)之桁架(truss)受到外力 $P=1.2\text{kN}$ 作用。若欲使桿件 AB 的拉力不超過 $\sqrt{3}\text{kN}$ ，壓力不超過 1kN ，則下列 θ 之範圍，何者滿足容許條件？(θ 角如圖示，以順時鐘方向為正)

- (A) $-37^\circ \leq \theta \leq 143^\circ$
 (B) $-30^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$
 (C) $30^\circ \leq \theta \leq 300^\circ$
 (D) $60^\circ \leq \theta \leq 330^\circ$

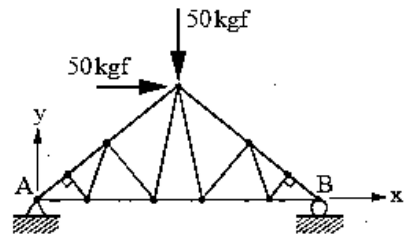


圖(六)

05>統測 16

17. 有一桁架如圖(十六)所示，則下列敘述何者正確？

- (A) 零桿 8 支
- (B) 零桿 6 支
- (C) 零桿 5 支
- (D) 沒有零桿



圖(十六)

05>統測 17

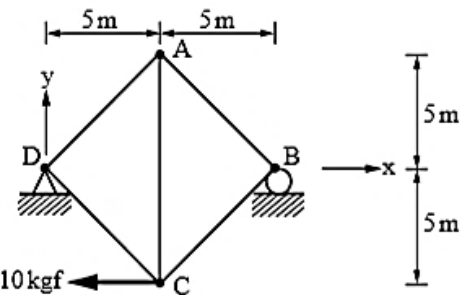
18. 關於理想平面桁架之敘述，下列何者不正確？

- (A) 外力可作用在桿身與節點上
- (B) 若桿件自重忽略不計，可視為二力構件
- (C) 桿件端部假設以光滑銷釘連接，不考慮其摩擦力
- (D) 零桿是指無內力之桿件

05>統測 18

19. 如圖(十七)之桁架結構，AC 桿件之內力為何？

- (A) 5 kgf(拉力)
- (B) 5 kgf(壓力)
- (C) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ kgf(壓力)
- (D) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ kgf(拉力)



圖(十七)

06 統測>19

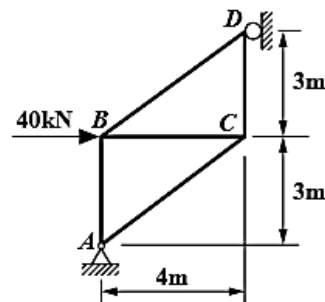
8. 關於桁架的敘述，下列何者正確？

- (A) 桁架內力分析，限於在固定載重下
- (B) 只要桁架結構受外力作用時，必有不受力桿件
- (C) 桁架之各桿件均為二力構件，僅承受剪力及軸向力作用
- (D) 一節點由三桿件組成，只要兩桿件共線，則第三桿必為不сили桿件

07 統測>20

7. 如圖(五)所示之桁架，假設桿件內力以張力為正，壓力為負，則 BC 桿件之內力為何？

- (A) 25 kN
- (B) 15 kN
- (C) -15 kN
- (D) -20 kN

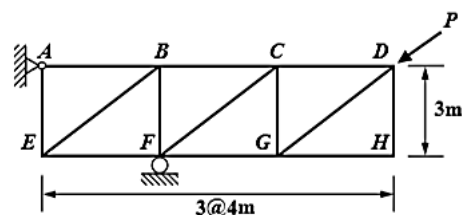


圖(五)

07 統測>21

20. 如圖(十八)所示桁架受力 $P = 10$ kN，方向為平行於 DG 桿件，則桿件 EF 所承受之內力為何？(張力為正，壓力為負)

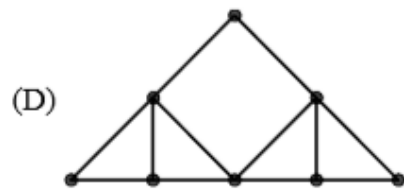
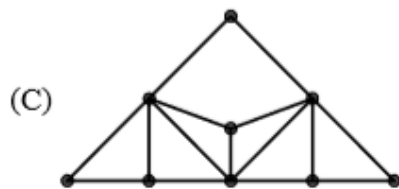
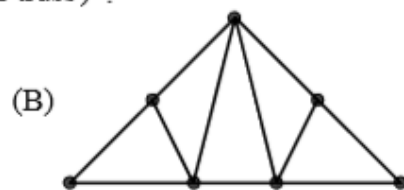
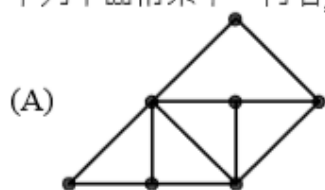
- (A) 8 kN
- (B) -4 kN
- (C) -8 kN
- (D) -16 kN



圖(十八)

08 統測>22

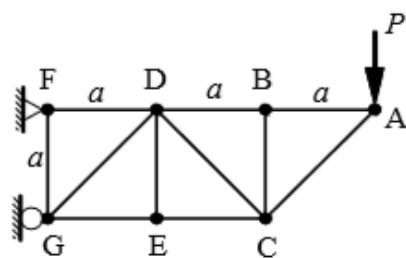
7. 下列平面桁架中，何者不是簡單桁架 (simple truss) ？



08 統測>23

8. 有一桁架受負荷 P ，如圖(二)所示，試求桿件 CE 之受力 (拉為正、壓為負) 為：

- (A) $+P$
 (B) $-P$
 (C) $+2P$
 (D) $-2P$



圖(二)